



TUGAS AKHIR - SM0141501

**KENDALI HALUAN KAPAL KORVET KELAS
SIGMA MENGGUNAKAN METODE
DISTURBANCE COMPENSATING MODEL
PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC)**

GISKA AYU AULIA
NRP 06111440000045

Dosen Pembimbing:
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Subchan, Ph.D

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018



FINAL PROJECT - SM141501

**SHP HEADING CONTROL OF CORVETTE SIGMA
USING DISTURBANCE COMPENSATING MODEL
PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC) METHOD**

GISKA AYU AULIA
NRP 06111440000045

Supervisors:
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Subchan, Ph.D

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computations, and Data Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI HALUAN KAPAL KORVET KELAS SIGMA MENGGUNAKAN METODE *DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC)*

SHIP HEADING CONTROL OF CORVETTE SIGMA USING DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC) METHOD

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

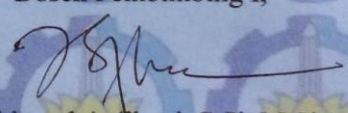
GISKA AYU AULIA
NRP. 06111440000045
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Subchan, Ph.D

NIP. 19710513 199702 1 001


Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2018

KENDALI HALUAN KAPAL KORVET KELAS SIGMA MENGGUNAKAN METODE *DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC)*

Nama Mahasiswa : GISKA AYU AULIA
NRP : 06111440000045
Departemen : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Subchan, Ph.D

Abstrak

Kapal Korvet kelas SIGMA (Ship Integrated Geometrical Modularity Approach) adalah alat transportasi militer yang didesain untuk TNI AL dalam menjalankan salah satu misi keamanan negara yaitu misi Search and Rescue (SAR). Dalam melaksanakan misi tersebut diperlukan kontrol kendali haluan agar kapal tetap robust dan bergerak sesuai dengan tujuan yang diinginkan saat gelombang permukaan air laut mengenai sistem kapal. Sehingga dalam tugas akhir ini akan didesain kendali haluan kapal dengan menggunakan metode Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) dimana model matematika kapal memiliki 4 derajat kebebasan yaitu surge, sway, yaw, roll dengan gangguan berupa gelombang permukaan air laut orde 1 yang hasil penerapannya disimulasikan. Dari hasil simulasi diperoleh bahwa dengan membandingkan nilai RMSE dari 2 horizon prediksi yaitu 6 dan 7, metode DC-MPC mampu mendesain kendali haluan kapal dengan nilai RMSE terbaik yaitu dipersekitaran 0.02 pada horizon prediksi sama dengan 7 lebih konstan dibandingkan dengan nilai RMSE horizon prediksi bernilai 6 untuk 4 skenario.

Kata-kunci: *DC-MPC, Kapal Korvet Kelas SIGMA, Kendali Haluan Kapal, Gangguan Gelombang Laut.*

SHP HEADING CONTROL OF CORVETTE SIGMA USING DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC) METHOD

Name : GISKA AYU AULIA
NRP : 06111440000045
Department : Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Subchan, Ph.D

Abstract

Corvette SIGMA (Ship Integrated Geometrical Modularity Approach) is a militer transportation designed for the Indonesian navy in running one of the country's security mission that is Search and Rescue mission (SAR). When carrying out its mission needed heading control so that ship staying robust and moving in accordance with the intended purpose when sea water surface waves on ship's system. So in this final assignment will be designed ship heading control by using Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) method where mathematics model of ship has 4 degree of freedom they are surge, sway, yaw, roll with sea water surface waves first order being its disturbance which the result of its application will be simulated. From the value of simulation obtained that by comparing value of RMSE from 2 of prediction horizon that is 6 and 7 , DC-MPC method can design ship heading control with the best of RMSE's value that is 0.02 neighborhood in prediction horizon that is 7 more constant than the value of RMSE in prediction horizon that is 6 for 4 scenario.
Keywords: DC-MPC, Corvette SIGMA, Ship Heading Control, Wave Disturbance.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Subhaanahu Wa Ta'aala yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan judul

**"KENDALI HALUAN KAPAL KORVET KELAS
SIGMA MENGGUNAKAN METODE
*DISTURBANCE COMPENSATING MODEL
PREDICTIVE CONTROL (DC-MPC)*"**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat semangat dan dukungan penuh oleh berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si, dan Bapak Subchan, Ph.D selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Soetrisno, MI.Komp. dan Bapak Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, M.Phil, selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang

sangat membangun untuk penulis sehingga penulis dapat memperbaiki kekurangan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator tugas akhir dan Mas Ali yang selalu memberikan informasi seputar Tugas Akhir.
5. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik serta saran dan motivasi selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMKSD ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Kedua orang tua saya, Bapak Sutono dan Ibu Sri Nur Widayati yang selalu mendoakan, menyemangati, dan memberikan saran terbaik untuk penulis selama penulis menempuh kuliah di Jurusan Matematika FMKSD ITS hingga penulis bisa mencapai titik ini.
8. Adik saya, Amalia Rizky Febriyanti yang terus menyemangati dan memberikan motivasi penuh kepada penulis dan partner terbaik saya, Yora Erlangga yang memberikan nasehat dan masukan positif untuk penulis agar terus semangat.
9. Tim Penelitian PUPT yang telah memberikan arahan penuh kepada penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir.
10. Mas Heri Purnawan yang selalu membantu penulis dalam pengerjaan dan pengarahan penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan sebaik baiknya, Rita, Ana, Umroka, dan Adzra yang selalu memberikan saran dan motivasi kepada penulis agar tidak mudah menyerah,

dan teman-teman seangkatan AKSIOM14 yang tidak hentinya membantu dan memberikan dukungan ketika penulis kesulitan.

11. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terima kasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam pengerjaan ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini dan semoga penulisan ini dapat bermanfaat.

Surabaya, Mei 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I Pendahuluan	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.1.1 Model Matematika Kapal dan Gangguan Kapal	7
2.1.2 Algoritma MPC	9
2.1.3 Algoritma DC-MPC	10

2.2	Model Matematika Kapal	11
2.3	<i>Rudder</i>	17
2.4	Gangguan pada Kapal	18
2.5	Pelinearan Dengan Deret Taylor	19
2.6	Diskretisasi	21
2.7	Keterkontrolan dan Keteramatan	22
2.8	<i>Model Predictive Control</i> (MPC)	22
2.8.1	Formulasi Plan Model	27
2.9	<i>Disturbance Compensating Model Predictive Control</i> (DC-MPC)	30
BAB III	METODOLOGI PENELITIAN	37
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	43
4.1	Model Matematika Dan Kinematika Kapal Korvet Kelas SIGMA	43
4.2	Pelinearan	50
4.3	Pendiskretan	58
4.4	Uji Keterkontrolan	61
4.5	Mendesain Kendali Haluan Kapal Dengan Metode DC-MPC	62
4.6	Simulasi dan Analisis Penerapan Metode DC-MPC dalam Mendesain Kendali Haluan Kapal	77
4.6.1	Skenario 1	77
4.6.2	Skenario 2	81
4.6.3	Skenario 3	85
4.6.4	Skenario 4	88
BAB V	PENUTUP	95
5.1	Kesimpulan	95
5.2	Saran	95
DAFTAR PUSTAKA	97
BIODATA PENULIS	101

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Ilustrasi 6 Derajat Kebebasan pada Kapal.	12
Gambar 2.2	Sistem Kemudi Van Amoregen.	17
Gambar 2.3	Diagram Blok Prosedur Metode MPC .	24
Gambar 3.1	Diagram Alir Pengerjaan Tugas Akhir .	40
Gambar 3.2	Algoritma DC-MPC.	41
Gambar 4.1	Sudut <i>Yaw</i> Skenario 1.	78
Gambar 4.2	Kecepatan <i>Yaw</i> Skenario 1.	79
Gambar 4.3	Sudut <i>Rudder</i> Skenario 1.	80
Gambar 4.4	Sudut <i>Yaw</i> Skenario 2.	82
Gambar 4.5	Kecepatan <i>Yaw</i> Skenario 2.	83
Gambar 4.6	Sudut <i>Rudder</i> Skenario 2.	84
Gambar 4.7	Sudut <i>Yaw</i> Skenario 3.	85
Gambar 4.8	Kecepatan <i>Yaw</i> Skenario 3.	86
Gambar 4.9	Sudut <i>Rudder</i> Skenario 3.	88
Gambar 4.10	Sudut <i>Yaw</i> Skenario 4.	89
Gambar 4.11	Kecepatan <i>Yaw</i> Skenario 4.	90
Gambar 4.12	Sudut <i>Rudder</i> Skenario 4.	91

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Deskripsi Notasi dan Derajat Kebebasan .	12
Tabel 2.2	Tabel <i>Prime System I</i>	14
Tabel 4.1	Data Parameter Kapal	48
Tabel 4.2	Nilai RMSE	93

Daftar Simbol

m	massa.
u	kecepatan <i>surge</i> pada sumbu x .
v	kecepatan <i>sway</i> pada sumbu y .
p	kecepatan sudut <i>roll</i> pada sumbu x .
r	kecepatan sudut <i>yaw</i> pada sumbu z .
ϕ	sebagai sudut <i>roll</i> pada sumbu x .
ψ	sebagai sudut <i>yaw</i> pada sumbu z .
X	gaya momen gerak <i>surge</i> pada kapal.
Y	gaya momen gerak <i>sway</i> pada kapal.
K	gaya momen gerak <i>roll</i> pada kapal.
N	gaya momen gerak <i>yaw</i> pada kapal.
x_G	posisi x pusat gravitasi.
z_G	posisi z pusat gravitasi.
I_x	momen inersia pada sumbu x .
I_z	momen inersia pada sumbu z .
$X_{\dot{u}}$	gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x .
$Y_{\dot{v}}$	gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y .
$Y_{\dot{p}}$	gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y .
$Y_{\dot{r}}$	gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y .
$K_{\dot{p}}$	gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p .
$K_{\dot{v}}$	gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v .
$N_{\dot{v}}$	gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v .
$N_{\dot{r}}$	gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r .

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam tugas akhir ini, kemudian dari permasalahan tersebut akan disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah yang akan ditinjau untuk memperoleh tujuan serta manfaat. Adapun sistematika penulisan tugas akhir diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang Masalah

Secara geografis Indonesia merupakan salah satu negara kepulauan yang menjadi poros maritim dunia dengan luas perairan di Indonesia lebih besar daripada luas dari pada luas daratannya [1] yaitu $\frac{2}{3}$ dari luas daratannya. Selain itu Indonesia dinobatkan sebagai negara yang memiliki garis pantai terpanjang ke-2 setelah negara Kanada [2], hal ini dibuktikan dengan adanya garis pantai di hampir setiap pulau di Indonesia (kurang lebih 81.000 km). Dua hal inilah yang menjadikan Indonesia sebagai negara dengan letak strategis untuk meningkatkan perekonomian negara terutama dari segi kelautan yang melibatkan alat transportasi laut. Seiring dengan meningkatnya kegiatan perekonomian disektor kelautan dapat mempengaruhi terjadinya kecelakaan transportasi laut yang disebabkan oleh beberapa faktor. Berdasarkan data presentase kecelakaan alat transportasi laut pada tahun 2010 – 2016 jenis kecelakaan tumbukan antar kapal mencapai 31% disusul dengan meningkatnya kapal yang meledak/terbakar mencapai 35%, kapal tenggelam mencapai

24%, kapal kandas mencapai 6% dan kecelakaan yang lain mencapai 4% [3] yang dapat menimbulkan korban jiwa. Oleh karena itu pemerintah memerlukan alat transportasi militer yang bertugas untuk melakukan misi *Search And Rescue* (SAR) atau misi penyelamatan dan pencarian korban kecelakaan laut.

Kapal Korvet kelas SIGMA (*Ship Integrated Geometrical Modularity Approach*) adalah suatu kapal perang yang dirancang dan dibangun untuk TNI Angkatan Laut oleh Damen Schelde Naval Shipbuilding, perusahaan galangan kapal Belanda yang dapat digunakan untuk misi patroli di Zona Ekonomi Eksklusif (ZEE), misi anti kapal selam (ASW) dan salah satunya untuk misi SAR [4]. Empat korvet kelas SIGMA 9113 telah dikirim ke TNI AL antara tahun 2007 sampai 2009. Sistem propulsi canggih dan kemampuan berlayarnya yang baik menjadikan korvet kelas SIGMA cocok untuk dioperasikan di perairan Indonesia. Sehingga kapal Korvet kelas SIGMA menjadi salah satu alat transportasi militer yang mempunyai peranan penting untuk melakukan misi pengintaian, pengawasan, dan pengamanan negara guna melindungi negara dan aset-aset didalamnya dari serangan musuh juga dapat digunakan sebagai fasilitas untuk Badan Nasional Pencarian dan Pertolongan (BNPP) dalam melakukan kegiatan evakuasi, usaha mencari, menolong, dan menyelamatkan jiwa manusia yang hilang atau dikhawatirkan hilang atau menghadapi bahaya dalam musibah-musibah seperti pelayaran, penerbangan, dan bencana. Saat ini di negara Indonesia Kapal Korvet kelas SIGMA dalam proses pengembangan. Dalam proses pengembangannya diperlukan suatu kendali haluan kapal agar kapal tetap *robust* dan bergerak sesuai dengan tujuan yang diinginkan saat gelombang permukaan air laut mengenai sistem kapal.

Sehingga dalam penelitian ini akan dikaji terkait

desain kendali haluan kapal dengan menggunakan metode *Disturbance Compensating Model Model Predictive Control* (DC-MPC). Metode DC-MPC merupakan pengembangan dari metode *Model Predictive Control* (MPC) dimana untuk DC-MPC terdapat adanya gangguan pada sistem dan pencarian kontrol kompensasi gangguan yang kemudian dilakukan optimasi kontrol pada sudut *rudder*/kemudi dengan metode MPC [5]. Ide pengembangan metode DC-MPC diperkenalkan oleh Li dan Sun (2012) dalam penelitiannya mengenai *ship heading control* [6]. Model matematika kapal diperoleh dari data hasil tes FRM melalui *Turning test* atau tes lingkaran perbelokan oleh Laboraturium Hidrodinamika Indonesia (LHI), dalam penelitian ini digunakan model matematika kapal dengan 4 derajat kebebasan yaitu terdiri atas *surge*, *sway*, *yaw*, *roll* merujuk pada penelitian sebelumnya milik Titisari Ambarwati. Kemudian hasil penelitian disimulasikan untuk menguji keakuratan metode DC-MPC dalam mendesain sistem kendali.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini yaitu:

1. Bagaimana penerapan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA.
2. Bagaimana simulasi dan hasil analisa metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, batasan masalah dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Model matematika untuk manuver kapal yang digunakan adalah model non linier dengan 4 DOF yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*.
2. Optimasi kontrol untuk mendesain kendali haluan kapal dilakukan pada sudut kemudi/*rudder*.

1.4 Tujuan

Tujuan dari Tugas Akhir ini yaitu:

1. Mengkaji metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal perang Korvet kelas SIGMA yang disebabkan oleh gangguan gelombang permukaan air laut.
2. Mensimulasikan dan Menganalisis keakuratan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) dalam mendesain kendali haluan pada kapal perang Korvet kelas SIGMA.

1.5 Manfaat

Manfaat Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Memberikan pengetahuan kepada pembaca bahwa metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) dapat dijadikan sebagai metode alternatif dalam mendesain kendali haluan kapal.
2. Sebagai bahan penelitian untuk mendesain kendali optimal pada haluan kapal.
3. Sebagai literatur penunjang bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas teori-teori utama maupun penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam tugas akhir antara lain penelitian terdahulu, model matematika kapal, *rudder*, gangguan pada kapal, pelinearan dengan deret Taylor, pendiskretan, keterkontrolan dan keteramatan, *Model Predictive Control* (MPC), dan *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC). Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

3. BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tahapan-tahapan untuk menyelesaikan permasalahan dalam tugas akhir ini. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini dijelaskan secara detail mengenai model matematika kapal 4 DOF beserta model kinematika gerak kapal yaitu sudut *roll* dan sudut *yaw* serta perhitungannya dengan memasukkan data rujukan, melakukan proses linearisasi dilanjutkan dengan diskretisasi model kapal dan kinematikanya, setelah itu mengecek sifat sistem berupa keterkontrolan, penerapan metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal, dan tahap akhir dilakukan simulasi dan penjelasan analisa hasil simulasi metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan tentang teori-teori utama maupun penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir antara lain penelitian terdahulu, model matematika kapal, *rudder*, gangguan pada kapal, pendiskretan, pelinearan dengan deret Taylor, keterkontrolan dan keteramatan, *Model Predictive Control* (MPC), dan *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC). Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada sub-bab ini dijelaskan mengenai penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya yang dibagi menjadi beberapa hal berdasarkan topik. Berikut beberapa hal tersebut:

2.1.1 Model Matematika Kapal dan Gangguan Kapal

Dalam hal ini penulis akan menggunakan rujukan model matematika kapal dan gangguan kapal dari penelitian sebelumnya yang telah dikerjakan oleh:

1. Untuk model gangguan kapal, penulis menggunakan model rujukan yang diperoleh dari buku *Guidance and Control of Ocean Vehicles* oleh Fossen, T.I. tahun 1994 dan penelitian Sari Cahyaningtyas tahun 2014 dengan judul Penerapan *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) Pada Sistem Kendali Kapal dimana penggunaan metode DC-MPC adalah untuk mengatur

pergerakan kapal yang mudah mengalami perubahan diluar tujuan yang diinginkan dikarenakan gangguan laut yang secara langsung mengenai kapal. Gangguan yang terdapat pada penelitian milik Sari ini merujuk pada buku *Guidance and Control of Ocean Vehicles* oleh Fossen, T.I. tahun 1994 dimana didalam buku tersebut mengulas mengenai panduan untuk mendesain kontrol kendali pada alat transportasi laut dengan berbagai gangguan yang mengenai sistemnya, beserta metode dan langkah yang digunakan dalam penyelesaiannya. Penulis menggunakan model gangguan kapal berupa gelombang permukaan air laut dari buku Fossen dan tesis milik Sari Cahyaningtyas ini yang dimana gelombang permukaan air lautnya adalah gelombang orde pertama.

2. Titisari Ambarwati tahun 2017 dengan judul penelitian *Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) Untuk Estimasi Koefisien Hidrodinamika Kapal* dimana dalam penelitian ini model kapal yang digunakan yaitu model non linear dengan 4 derajat kebebasan dari 6 derajat kebebasan, yaitu *surge, sway, yaw, roll*. Serta pada penelitian ini menjelaskan tentang digunakannya metode Ensemble Kalman Filter untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal dari data hasil uji FRM yang dimana merupakan suatu hal penting yang mampu mempengaruhi pergerakan kapal. Peneliti juga menjelaskan bahwa sebenarnya untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal dapat dicari dengan menggunakan *captive test* atau lebih dikenal dengan *planar motion mechanism*. Namun karena biaya untuk melakukan *captive test* cukup besar maka digunakan solusi alternatif lain dalam menentukan koefisien hidrodinamika kapal yaitu dengan melakukan estimasi menggunakan metode Ensemble Kalman Filter tanpa proses pelinieran dipadukan dengan metode regresi

linier. Penulis menggunakan model matematika kapal dari TA milik Titisari Ambarwati ini.

2.1.2 Algoritma MPC

Dalam hal ini penulis mempelajari rujukan algoritma MPC dalam penyelesaian permasalahan optimasi sebelum masuk kedalam metode DC-MPC. MPC diperkenalkan pertama kali diperkenalkan oleh Richalet (1978) dengan nama *Model Predictive Heuristic Control* yang saat ini dikenal sebagai *Model Algorithmic Control* (MAC), kemudian bersama Cutler pada tahun 1980 dikenal sebagai metode *Dynamic Matrix Control* (DMC) dimana membahas mengenai penggunaan model dinamik dari proses (respon impuls dalam formulasi dan *step response* pada saat mendatang) untuk memprediksi akibat dari kontrol pada saat mendatang, dengan meminimalisir eror prediksi. Kemudian pada generasi selanjutnya MPC dikenal sebagai *Quadratic Dynamic Matic Control* yang diperkenalkan oleh Garcia, Morshedi, 1986 dengan menggunakan *Quadratic Programming* permasalahan kontrol optimal loop terbuka dengan kendala dimana sistem yang dioptimalkan adalah sistem yang linear, *cost quadratic*, kontrol, dan kendala state yang didefinisikan dengan pertidaksamaan linear [7]. Hingga saat ini MPC masih dipergunakan sebagai sebuah metode untuk memprediksi efek kontrol pada saat mendatang, penulis merujuk metode MPC pada penelitian yang dilakukan oleh S. Subchan, W. H. Syaifudin dan T. Asfihani dengan judul *Ship Heading Control Of Corvette-Sigma With Disturbances Using Model Predictive Control* yang membahas tentang penggunaan metode MPC dalam mengendalikan haluan kapal dengan adanya gangguan dari besarnya rata rata *yaw* dimana dapat menimbulkan pergerakan lain yaitu *yaw* atau *roll* pada permasalahan kontrol pada kapal dengan MPC bertujuan untuk memenuhi persamaan kendala [8].

2.1.3 Algoritma DC-MPC

Dalam hal ini penulis akan menggunakan rujukan algoritma DC-MPC dari penelitian sebelumnya untuk mendesain kompensasi gangguan dan menyelesaikan permasalahan optimasi yang telah dikerjakan oleh:

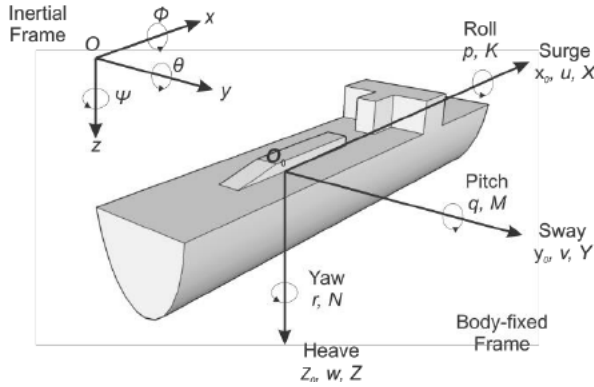
1. Zhen Li dan Jing Sun tahun 2012 dengan judul *Disturbance Compensating Model Predictive Control with Application to Ship Heading Control* sebagai peneliti yang mengemukakan pertama kali mengenai penggunaan metode DC-MPC, dimana pada penelitian tersebut membahas mengenai algoritma DC-MPC yang kemudian dibandingkan dengan algoritma MPC, setelah itu hasilnya menyatakan bahwa algoritma DC-MPC mampu mengoptimalkan kendali gerakan kapal dari metode MPC dengan gangguan yang mengenai sistemnya.
2. Kemudian oleh Sari Cahyaningtyas tahun 2014 dengan judul Penerapan *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) Pada Sistem Kendali Kapal dimana penggunaan metode DC-MPC adalah untuk mengatur pergerakan kapal yang mudah mengalami perubahan diluar tujuan yang diinginkan dikarenakan gangguan laut yang secara langsung mengenai kapal. Kapal yang digunakan adalah kapal Kontainer. Model matematika yang digunakan pada penelitian ini yaitu model matematika dengan 4 derajat kebebasan diantaranya *yaw*, *roll*, *sway* dan *surge* dengan *rudder* sebagai kendali pada sistem. Metode DC-MPC diterapkan dengan membentuk kompensasi kendali dan dilakukan optimasi dengan mempertimbangkan gangguan yang ada [9].
3. Selanjutnya oleh Bayu Angga Riyanto tahun 2017 yang berjudul Kendali Sudut Pada Gerak Kapal

untuk Pelacakan Lintasan Dubins Menggunakan Metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) yang berisi penggunaan metode DC-MPC dalam pengendalian sudut pada gerak kapal dimana model kapal yang digunakan adalah model kapal Davidson Schiff dengan dua derajat kebebasan yaitu *sway* dan *yaw* dengan tujuan untuk mengatur pergerakan kapal agar bergerak sesuai dengan sistem panduan yang telah diberikan yaitu direpresentasikan dengan Lintasan Dubins dan mendesain kendali agar kendali *robust* terhadap gangguan yang terjadi berupa kondisi laut yang bergelombang.

Berdasarkan beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya pada Tugas Akhir ini penulis akan melakukan penelitian terkait dengan penggunaan metode DC-MPC untuk mendesain kendali kapal Korvet kelas SIGMA dimana model yang digunakan untuk 4 derajat kebebasan dari 6 derajat kebebasan yaitu *yaw*, *roll*, *sway* dan *surge* dengan *rudder* sebagai kontrolnya dan gangguan berupa gelombang permukaan air laut.

2.2 Model Matematika Kapal

Dalam penelitian ini penulis menggunakan model dinamik pergerakan kapal dengan 4 derajat kebebasan dari 6 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Secara umum gerakan kapal dibagi menjadi dua macam yaitu gerakan translasi dan rotasi [10]. Gerak translasi dibagi menjadi tiga yaitu *surge*, *sway* dan *heave*. Sedangkan gerak rotasi dibagi menjadi tiga yaitu *roll*, *pitch*, dan *yaw*. 6 derajat kebebasan tersebut dapat dilihat pada ilustrasi Gambar 2.1.



Gambar 2.1: Ilustrasi 6 Derajat Kebebasan pada Kapal.

Tabel 2.1 menunjukkan setiap derajat kebebasan dan nomenklatur yang sesuai digunakan untuk menjelaskan gaya dan momen kapal.

Tabel 2.1: Deskripsi Notasi dan Derajat Kebebasan

Gerakan	Gaya dan Momen	Kecepatan Linier dan Angular	Posisi dan Sudut Euler
Gerak arah-x (<i>surge</i>)	X	u	x_0
Gerak arah-y (<i>sway</i>)	Y	v	y_0
Gerak arah-z (<i>heave</i>)	Z	w	z_0
Rotasi sumbu-x (<i>roll</i>)	K	p	ϕ
Rotasi sumbu-y (<i>pitch</i>)	M	q	θ
Rotasi sumbu-z (<i>yaw</i>)	N	r	ψ

Untuk kapal konvensional, gerak *pitch* dan *heave* cenderung diabaikan dari gerak yang lain karena kontrol

pergerakan pada kapal diatas permukaan. Sehingga pemodelan kapal menggunakan 4 DOF yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll* dideskripsikan pada bingkai *body fixed* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (m - X\dot{u})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\
 (m - Y\dot{v})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\
 -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\
 (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

dengan:

- m : massa
- u : kecepatan *surge* pada sumbu x
- v : kecepatan *sway* pada sumbu y
- p : kecepatan sudut *roll* pada sumbu x
- r : kecepatan sudut *yaw* pada sumbu z
- X : gaya momen gerak *surge* pada kapal
- Y : gaya momen gerak *sway* pada kapal
- K : gaya momen gerak *roll* pada kapal
- N : gaya momen gerak *yaw* pada kapal
- x_G : posisi x pusat gravitasi
- z_G : posisi z pusat gravitasi
- I_x : momen inersia pada sumbu x
- I_z : momen inersia pada sumbu z
- $X_{\dot{u}}$: gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
- $Y_{\dot{v}}$: gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y
- $Y_{\dot{p}}$: gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
- $Y_{\dot{r}}$: gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y
- $K_{\dot{p}}$: gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
- $K_{\dot{v}}$: gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
- $N_{\dot{v}}$: gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
- $N_{\dot{r}}$: gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r

Untuk mendapatkan turunan koefisien hidrodinamika, momen inersia kapal, dan massa tambahan kapal dengan menerapkan *Strip Theory*. Berikut ini adalah formulasi momen inersia (I_z), I_r , dan turunan massa tambahan yang sebelumnya dalam bentuk dimensional kemudian dilakukan non dimensional dengan menggunakan *Prime-system I* [11].

Tabel 2.2: Tabel *Prime System I*

Unit	Normalisasi
Panjang	L
Massa	$\frac{\rho}{2} L^3$
Momen Inersia	$\frac{\rho}{2} L^5$
Waktu	$\frac{L}{U}$
Referensi Area	$5 L^2$
Posisi	L
Sudut	1
Kecepatan Linier	U
Kecepatan Sudut	$\frac{U}{L}$
Percepatan Linier	$\frac{U^2}{L}$
Percepatan Sudut	$\frac{U^2}{L^2}$
Gaya	$\frac{\rho}{2} U^2 L^2$
Momen	$\frac{\rho}{2} U^2 L^3$

Dengan ρ adalah massa jenis air laut, T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang lambung kapal, B adalah lebar kapal, U adalah kecepatan servis kapal, dan C_B adalah koefisien blok. Diperoleh persamaan berikut ini:

$$m' = m/(\rho L^3/2) \quad (2.2)$$

$$X'_u = -(0.1m/((\rho L^3)/2)) \quad (2.3)$$

$$I'_z = Iz/(\rho/2) \quad (2.4)$$

$$I'_x = Ix/((\rho L^5)/2) \quad (2.5)$$

$$Y'_v = ((1 + (0.16((CbB)/T)) - 5.1(B/L)^2) (\pi(T/L)^2))/(-1) \quad (2.6)$$

$$Y'_r = ((0.67(B/L) - 0.0033(B/T)^2) (\pi(T/L)^2))/(-1) \quad (2.7)$$

$$N'_v = ((1.1(B/L) - 0.041(B/T)) (\pi(T/L)^2))/(-1) \quad (2.8)$$

$$N'_r = ((0.083 + 0.017((CbB)/T) - 0.33(B/L))(\pi(T/L)^2))/(-1) \quad (2.9)$$

$$K'_v = 1 \quad (2.10)$$

$$K'_p = 1 \quad (2.11)$$

$$Y'_p = 1 \quad (2.12)$$

$$x_G = 0.35 \quad (2.13)$$

$$z_G = 0.003 \quad (2.14)$$

Gambar 2.1 menyatakan 2 hal penting yang merepresentasikan Persamaan (2.1) dimana merupakan model dinamika kapal dalam *body fixed* $(0, xyz)$, dari model *body fixed* diubah menjadi bentuk model *earth fixed* $(0, x_0y_0z_0)$ yang mengacu pada sumbu bumi. Cara mengubahnya dengan menggunakan transformasi Euler yang didefinisikan sebagai model kinematika kapal sebagai berikut,

$$\dot{\phi} = p \quad (2.15)$$

$$\dot{\psi} = r \cos \phi \quad (2.16)$$

dengan:

ϕ : sebagai sudut *roll* pada sumbu x

ψ : sebagai sudut *yaw* pada sumbu z

Berikut merupakan persamaan gaya momen [12] yang bekerja pada:

1. *surge*

$$\begin{aligned}
X = & X_{ur}ur + X_vv + X_rr + X_{vvv}v^3 + X_{vvr}v^2r + \\
& X_{vrr}vr^2 + X_{rrr}r^3 + X_pp + X_\phi\phi + X_{vv\phi}v^2\phi \\
& + X_{v\phi\phi}v\phi^2 + X_{rr\phi}r^2\phi + X_{r\phi\phi}r\phi^2 + X_\delta\delta + \\
& X_{\delta\delta\delta}\delta^3
\end{aligned} \tag{2.17}$$

2. *sway*

$$\begin{aligned}
Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + \\
& Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi \\
& + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta \\
& Y_{\delta\delta\delta}\delta^3
\end{aligned} \tag{2.18}$$

3. *roll*

$$\begin{aligned}
K = & K_{ur}ur + K_vv + K_rr + K_{vvv}v^3 + K_{vvr}v^2r + \\
& K_{vrr}vr^2 + K_{rrr}r^3 + K_pp + K_\phi\phi + K_{vv\phi}v^2\phi + \\
& K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_\delta\delta \\
& K_{\delta\delta\delta}\delta^3
\end{aligned} \tag{2.19}$$

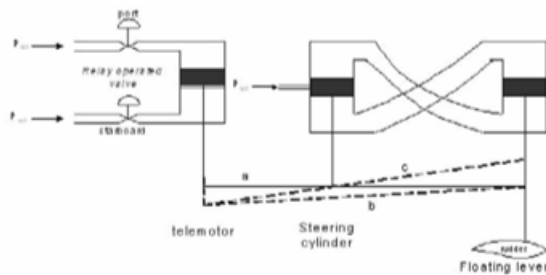
4. *yaw*

$$\begin{aligned}
N = & N_{ur}ur + N_vv + N_rr + N_{vvv}v^3 + N_{vvr}v^2r + \\
& N_{vrr}vr^2 + N_{rrr}r^3 + N_pp + N_\phi\phi + N_{vv\phi}v^2\phi + \\
& N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 + N_\delta\delta + \\
& N_{\delta\delta\delta}\delta^3
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Gaya momen hidrodinamika kapal pada Persamaan (2.17)-(2.20) diperoleh dengan menggunakan metode regresi.

2.3 Rudder

Merupakan suatu kendali input pada kapal yang juga berperan sebagai aktuator kapal dimana pengoperasiannya berdasarkan sinyal kontrol. Fungsi dari *rudder* adalah memegang kendali kapal agar kendali tersebut tetap baik saat terkena gangguan dan menjaga pergerakan kapal agar bergerak sesuai dengan tujuan yang diinginkan. Salah satu *rudder* yang digunakan pada kapal perang kelas SIGMA *extended* adalah 11 *rudder* dengan jenis Van Amorengen dengan spesifikasi kemampuan kerja antara -35° sampai dengan 35° dan laju kerja *rudder* $2.3^\circ/s - 7^\circ/s$. Pada tahun 1982, simulasi yang dilakukan oleh Van Amorengen mengusulkan dalam penggunaan representasi sederhana dari diagram blok pada umumnya, sudut *rudder* dan laju *limit rudder* berada pada rentang $\delta_{max} = 35^\circ$ dan $2.3^\circ/s \leq \delta_{max} \leq 7^\circ/s$ untuk kebanyakan kapal komersial [13].



Gambar 2.2: Sistem Kemudi Van Amorengen

Pada Gambar 2.2 dapat dijelaskan mengenai pengoperasian dari *rudder* Van Amorengen. Dapat dijelaskan pada posisi (a) akan memberikan pengaruh pada *port* (b). Hal ini dikarenakan adanya perubahan tekanan pada *port*

yang lebih tinggi sehinggalah memungkinkan terjadinya bukan *valve* pada *port* (b), dengan terjadinya bukan *valve* maka *valve* silinder kemudi terbuka dan *rudder* berada pada posisi (c) seperti pada Gambar 2.2 dan berakibat bukan *valve* pada *starboard* akan terbuka dan sebaliknya [14].

2.4 Gangguan pada Kapal

Saat kapal Korvet kelas SIGMA melakukan patroli di wilayah perairan terjadi guncangan yang disebabkan oleh gangguan. Gangguan tersebut mampu mengubah pergerakan kapal menjadi tidak sesuai dengan tujuan yang diinginkan dan seharusnya diperhitungkan secara baik untuk diminimumkan dampaknya khususnya pada kapal nir awak. Gangguan yang dihasilkan oleh angin terhadap permukaan air laut menjadi suatu gelombang. Penulis menggunakan gangguan yang berupa gangguan gelombang (ombak) orde pertama yang memenuhi gerakan 4 DOF, yaitu [15]:

$$\begin{aligned} X_{wave} &= \rho g B L T \cos(\beta) A k \sin(\omega t) \\ Y_{wave} &= -\rho g B L T \sin(\beta) A k \sin(\omega t) \\ N_{wave} &= \frac{1}{24} \rho g B L (L^2 - B^2) \sin(2\beta) A k \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Persamaan (2.21) akan berlaku jika kapal lebih kecil dibandingkan dengan panjang gelombang dan permukaan laut melampaui lambung kapal dapat dianggap sebagai permukaan datar. Karena persamaan diatas masih mengandung unsur dimensi maka dilakukan proses menon-dimensional satuan dengan mengalikan faktor non-dimensional yang terdapat pada tabel *Prime System I*. Diasumsikan bahwa gaya luar searah dengan sumbu x sehingga untuk gerakan rotasi diabaikan [16] yang berakibat nilai $K_{wave} = 0$. Didapatkan persamaan gangguan gelombang permukaan laut yang telah

dinon-dimensionalkan:

$$\begin{aligned}
 X'_{wave} &= \rho g B L T \cos(\beta) A k \sin(\omega t) / ((\rho U^2 L^2) / 2) \\
 Y'_{wave} &= -\rho g B L T \sin(\beta) A k \sin(\omega t) / ((\rho U^2 L^2) / 2) \\
 N'_{wave} &= \frac{1}{24} \rho g B L (L^2 - B^2) \sin(2\beta) A k \sin(\omega t) / ((\rho U^2 L^3) / 2) \\
 K'_{wave} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

dengan:

ω : frekuensi gelombang sistem kapal ($\omega = 0.01$)

Ak : nilai amplitudo gelombang setelah dikalikan dengan faktor pengali RAO (*Response Amplitudo Operation*) ($Ak = 0.001$ berdasarkan penelitian sebelumnya (Li, 2012))

β : sudut datang gelombang merujuk pada penelitian sebelumnya yaitu 150° ($\beta = \psi_{gelombang} - \psi_{kapal}$)

2.5 Pelinearan Dengan Deret Taylor

Diberikan sistem dinamik [17]:

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbf{R}$$

dimana $f(x)$ adalah fungsi non-linear yang dapat diturunkan, kemudian akan dilakukan linearisasi dengan menggunakan metode deret Taylor disekitar titik equilibriumnya.

Deret Taylor untuk fungsi dengan dua variabel bebas $f(x, y)$ disekitar titik equilibriumnya yaitu misalkan (c_1, c_2) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= f(c_1, c_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}(c_1, c_2)(x - c_1) + \frac{\partial f}{\partial y}(c_1, c_2)(y - c_2) \right) \\
 &+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(c_1, c_2) \frac{(x - c_1)^2}{2!} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(c_1, c_2) \frac{(y - c_2)^2}{2!} \right) + \\
 &\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(c_1, c_2)(x - c_1)(y - c_2) \right) + \dots
 \end{aligned}$$

sebagai contoh diberikan sistem dinamik di \mathbf{R} sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2)\end{aligned}$$

misalkan $f_i(x_1, x_2), i = 1, 2$ mempunyai turunan yang kontinu disekitar titik equilibrium (c_1, c_2) . Deret Taylor untuk $f_i(x_1, x_2), i = 1, 2$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}f_i(x_1, x_2) &= f_i(c_1, c_2) + (x_1 - c_1) \frac{\partial f_i}{\partial x_1}(c_1, c_2) + (x_2 - c_2) \\ &\quad \frac{\partial f_i}{\partial x_2}(c_1, c_2) + \dots\end{aligned}$$

karena (c_1, c_2) merupakan titik equilibrium sehingga $f_i(c_1, c_2) = 0$. Dimisalkan $y_i = x_i - c_i, i = 1, 2$ sehingga persamaan sistem dinamik di \mathbf{R} dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(c_1, c_2) + y_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(c_1, c_2) + \dots \\ \dot{y}_2 &= y_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(c_1, c_2) + y_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(c_1, c_2) + \dots\end{aligned}$$

atau dapat diringkas menjadi persamaan yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{y}} = J\mathbf{y}$$

dengan memisalkan bahwa

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2) = (c_1, c_2)}$$

matriks J disebut juga sebagai matriks Jacobian yang digunakan untuk menurunkan sistem non linear menjadi sistem yang linear.

2.6 Diskretisasi

Diberikan suatu sistem yang kontinu sebagai berikut:

$$\dot{x}(k) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.23)$$

dimana input pada persamaan diatas $u(k)$ diasumsikan memiliki nilai yang tetap [18]. Dilakukan proses pendiskretan menggunakan beda maju dimana, beda maju merupakan sebuah metode bagian dari metode beda hingga yang merupakan suatu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan suatu problem fisis dengan bentuk geometri yang teratur seperti interval dalam satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam ruang tiga dimensi. Prinsip metode beda hingga adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskretisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor. Metode beda hingga bersifat eksplisit, artinya keadaan suatu sistem atau solusi variabel pada suatu saat dapat digunakan untuk menentukan keadaan sistem pada waktu berikutnya. Berikut ada rumusan untuk beda hingga maju [19].

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} \quad (2.24)$$

dimana informasi pada waktu ke i atau titik ke i dihubungkan ke titik selanjutnya atau waktu selanjutnya $(i + 1)$. Berikut formulasi pendiskretan dengan menggunakan beda hingga maju:

$$\begin{aligned} \dot{x}(k) &= Ax(k) + Bu(k) \\ \frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta t} &= Ax(k) + Bu(k) \\ x(k+1) - x(k) &= (A\Delta t)x(k) + (B\Delta t)u(k) \\ x(k+1) &= (A\Delta t)x(k) + x(k) + (B\Delta t)u(k) \\ x(k+1) &= (A\Delta t + 1)x(k) + (B\Delta t)u(k) \end{aligned} \quad (2.25)$$

dengan Δt adalah *time sampling*. Nilai matriks A dan matriks B bergantung pada nilai *time sampling*.

2.7 Keterkontrolan dan Keteramatan

Diberikan sistem linear invarian-waktu yang disajikan oleh persamaan [20]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \bar{y}(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

$x(t)$ merupakan matriks berukuran $n \times 1$ maka suatu sistem dikatakan terkontrol apabila memenuhi syarat perlu dan syarat cukup sistem terkontrol, yaitu matriks

$$M_c = [B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B]$$

mempunyai rank sama dengan n . Dan suatu sistem dikatakan teramati jika memenuhi syarat perlu dan syarat cukup sistem teramati, yaitu matriks

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

mempunyai rank sama dengan n .

2.8 Model Predictive Control (MPC)

Model Predictive Control (MPC) merupakan suatu teknik kontrol lanjutan yang penting dan digunakan untuk mengatasi suatu permasalahan kontrol multi variabel yang sulit [21] serta merupakan strategi mendesain suatu metode pengendalian untuk mendapatkan sinyal kendali dengan cara meminimumkan suatu fungsi objektif. Terdapat

hal yang membedakan metode MPC dengan metode yang lainnya yaitu terdapat Horizon Prediksi dimana Horizon Prediksi ini berfungsi sebagai alat yang digunakan untuk mengetahui seberapa jauh prediksi kontrol input dilakukan yaitu dilakukan pada saat k hingga $k + N$.

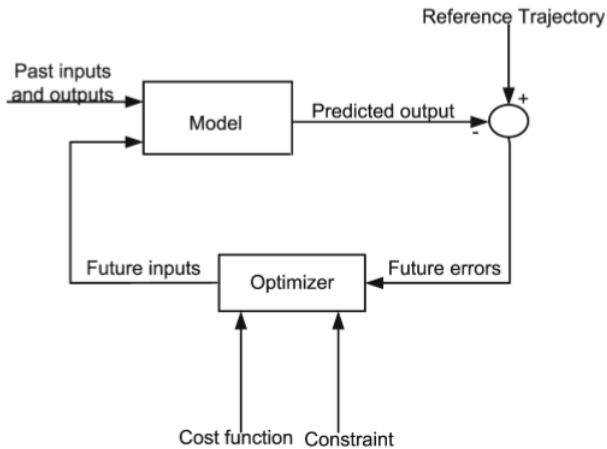
Terdapat beberapa hal penting yang menjadi dasar dari metode ini diantaranya [22]:

1. Untuk memprediksi output proses yang akan datang dalam rentang waktu tertentu (Horizon Prediksi) digunakan model secara eksplisit.
2. Perhitungan rangkaian sinyal kendali dengan cara meminimalisasi suatu fungsi objektif.
3. Pada setiap waktu pengambilan data (saat ke- k), horizon dialihkan menuju waktu pengambilan data berikutnya (saat ke- $(k + 1)$) dengan mengikutsertakan penggunaan sinyal kendali pertama ($u(k)$) untuk pengendalian proses. Kedua prosedur diatas diulang dengan menggunakan informasi terakhir.

Untuk prosedur metode MPC dapat dijelaskan pada diagram blok dibawah ini:

Nilai input dan output suatu model pada saat (k) masuk kedalam plan model yang telah terlebih dahulu sudah diprediksikan berdasarkan model matematika yang telah digunakan. Kemudian setelah melalui plan model didapatkan hasil prediksi ke k dengan melakukan estimasi pada output dan pada input sepanjang N (*Horizon Predictive*) sehingga menghasilkan error. Hasil prediksi (output terprediksi) berupa error tersebut akan dibandingkan hasilnya dengan referensi lintasan yang kemudian hasil perbandingannya berupa *future error*.

Setelah didapatkan *future error*nya maka akan dilakukan optimalisasi oleh optimizer yang bertujuan untuk meminimumkan fungsi biaya yang telah ditentukan dan meminimumkan *future error* dengan adanya kendala yang kemudian menghasilkan *future input* yang nantinya akan dicari input kembali untuk mendapatkan output. *Future input* ini kemudian akan diprediksi kembali bersamaan dengan input dan output yang sebelumnya. Proses ini akan terus berlanjut hingga mendapatkan hasil prediksi yang optimal dan mendekati referensi lintasan yang telah ditentukan. input yang digunakan adalah input awal.



Gambar 2.3: Diagram Blok Prosedur Metode MPC

Formulasi metode MPC dapat dinyatakan dengan bentuk plan yang memiliki *single input* dan *single output* dimana sistem ini belum terdapat gangguan didalamnya yaitu [23]:

$$x(k+1|k) = Ax(k|k) + Bu(k|k) \quad (2.26)$$

$$y(k|k) = Cx(k|k) \quad (2.27)$$

Dimana u dinyatakan sebagai variabel input pada saat k , y sebagai variabel output pada saat k , $x(k)$ merupakan variabel state berdimensi $n \times n$ pada saat k , A dan B merupakan matriks dengan dimensi $n \times n$ saat k , dan $x(k+1|k)$ merupakan state saat $k+1$ yang dipengaruhi oleh nilai state pada saat k . Karena didalam tugas akhir ini terdapat adanya gangguan berupa gelombang permukaan air laut, maka sistem berubah menjadi [24]:

$$x(k+1|k) = Ax(k|k) + Bu(k|k) + w(k) \quad (2.28)$$

Dimana $w(k)$ merupakan gangguan yang dialami oleh sistem. Metode pengendali optimal yang digunakan untuk mencari nilai input yang optimal adalah metode *quadratic programming* dengan meminimumkan fungsi tujuan yang digunakan dalam Tugas Akhir ini yaitu:

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \| r(k+i|k) - y(k+i|k) \|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \| u(k+i|k) \|_{R(i)}^2 \quad (2.29)$$

Dengan $r(k+i|k)$ adalah matriks referensi berupa output yang diinginkan, $y(k+i|k)$ adalah prediksi output sistem secara internal. $u(k+i|k)$ adalah state input pada waktu $(k+i)$

dimana i berjalan maju (didepan) dari waktu saat ini yaitu k . $Q_{(i)}$ dan $R_{(i)}$ adalah matriks bentuk kuadrat semi definit positif yang dapat berubah menjadi fungsi waktu. Parameter untuk adaptasi kendali adalah prediksi horizon N_p dan kendali horizon N_c dimana $N_p > N_c > 1$.

Berikut ini akan dibahas mengenai operasional kendala yang sering ditanggulangi dalam sistem kontrol. Operasional kendala ditunjukkan sebagai ketidaksetaraan kontrol dan variabel plan. Jika lebih dari 1 inputan maka kendala dapat dituliskan sebagai bentuk pertidaksamaan:

1. Kendala pada variabel kontrol variasi inkrement dengan ΔU adalah rata rata perubahan dari variabel kontrol. Diberikan batas atas yaitu ΔU^{max} dan batas bawah yaitu ΔU^{min} . Dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\Delta U^{min} \leq \Delta U \leq \Delta U^{max}$$

2. Kendala pada amplitudo dari variabel kontrol u dapat dituliskan sebagai berikut:

$$U^{min} \leq U \leq U^{max}$$

3. Kendala pada state dapat dituliskan sebagai berikut:

$$r^{min} \leq C_k X \leq r^{max}$$

4. Kendala persamaan yang diperoleh dari persamaan state yaitu $x(k+i|k) = Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k)$ yang berjalan dari $i = 1, 2, 3, \dots, N_p$.

Solusi numerik untuk persamaan kendala yang tidak linear dengan menggunakan *quadratic programming* yang kemudian menghasilkan fungsi objektif:

$$J = \frac{1}{2}x^T E x + x^T F$$

dengan kendala [25]:

$$\begin{aligned} Pz &\leq h \\ Yz &= b \end{aligned}$$

Dimana E, F, P, h, Y, b adalah matriks dan vektor sesuai untuk permasalahan *quadratic programming*. E diasumsikan simetri dan berdefinit positif, dan $z = [u(t), x(t), u(t + 1), x(t + 1), \dots, u(t + T - 1), x(t + T - 1)]$.

2.8.1 Formulasi Plan Model

Diberikan suatu sistem diskret pada Persamaan (2.26-2.28) dimana kontrol input atau pengendalian dilakukan pada sudut kemudi (*rudder*) yang perubahannya dapat dilihat dari waktu ke waktu. Didefinisikan trayektori kontrol ΔU :

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix}$$

dimana untuk inkremen input pada waktu ke- k :

$$\Delta u(k|k) = u(k|k) - u(k-1|k) \quad (2.30)$$

$$u(k|k) = \Delta u(k|k) + u(k-1|k) \quad (2.31)$$

Diberikan asumsi bahwa horizon prediksi bernilai sama dengan horizon kontrol atau $N_c = N_p$, sehingga diperoleh sistem diskret dari waktu ke- k hingga ke- $k + N_p$ sebagai

berikut:

$$\begin{aligned}
x(k+1|k) &= Ax(k|k) + Bu(k|k) \\
x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + Bu(k+1|k) \\
&= A^2x(k|k) + ABu(k|k) + Bu(k+1|k) \\
x(k+3|k) &= Ax(k+2|k) + Bu(k+2|k) \\
&= A^3x(k|k) + A^2Bu(k|k) + ABu(k+1|k) \\
&\quad + Bu(k+2|k) \\
&\vdots \\
x(k+N_p|k) &= Ax(k+N_p-1|k) + Bu(k+N_p-1|k) \\
&= A^{N_p}x(k|k) + A^{N_p-1}Bu(k|k) + A^{N_p-2}Bu(k+1|k) \\
&\quad + \dots + A^{N_p-N_c}Bu(k+N_p-1|k)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

untuk prediksi output sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
y(k+1|k) &= Cx(k+1|k) \\
&= CAx(k|k) + CBu(k|k) \\
y(k+2|k) &= Cx(k+2|k) \\
&= CA^2x(k|k) + CABu(k|k) + CBu(k+1|k) \\
y(k+3|k) &= Cx(k+3|k) \\
&= CA^3x(k|k) + CA^2Bu(k|k) + CABu(k+1|k) \\
&\quad + CBu(k+2|k) \\
&\vdots \\
y(k+N_p|k) &= Cx(k+N_p|k) \\
&= CA^{N_p}x(k|k) + CA^{N_p-1}Bu(k|k) + \\
&\quad CA^{N_p-2}Bu(k+1|k) + \dots + \\
&\quad CA^{N_p-N_c}Bu(k+N_p-1|k)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

apabila Persamaan (2.32) dan (2.33) dituliskan dalam bentuk vektor sebagai berikut:

$$Y = [y(k+1|k) \ y(k+2|k) \ y(k+3|k) \ \dots \ y(k+N_p|k)]^T \quad (2.34)$$

$$X = [x(k+1|k) \ x(k+2|k) \ x(k+3|k) \ \dots \ x(k+N_p|k)]^T \quad (2.35)$$

Dari Persamaan (2.33) diperoleh:

$$Y = Fx(k|k) + \Phi U \quad (2.36)$$

dengan memisalkan:

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}_{2N_p \times 1}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CB \end{bmatrix}_{2N_p \times N_p}$$

$$U = \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix}_{N_p \times 1}$$

Dari metode MPC ini akan dikembangkan menjadi metode DC-MPC dimana:

1. Optimalisasi kendali kompensasi pada gangguan yang dilakukan untuk memperoleh kompensasi gangguan

dimana kompensasi tersebut mempengaruhi kendali ke k pada proses MPC.

2. Optimasi yang kedua (MPC) dilakukan pada sistem persamaan gerak kapal dengan menginisialisasi nilai awal dan membentuk syarat batas dari variabel keadaan dan kendali yang ada. Optimalisasi dilakukan dengan memasukkan kontrol kompensasi gangguan yang telah didapatkan pada proses sebelumnya, dimana proses optimalisasi dilakukan dengan meminimumkan kuadrat *error* untuk mendapatkan kendali optimal saat waktu k . Setelah mendapatkan kendali optimal waktu k diterapkan kembali kendali yang sama untuk waktu $k + 1$, dengan begitu akan didapatkan nilai *error* dengan membandingkan hasil prediksi dengan nilai referensi.

2.9 *Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC)*

Dalam tugas akhir ini digunakan metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal karena, pada fungsi objektif metode MPC standar yang didefinisikan sebagai

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} [x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i-1|k)^T R u(k+i-1|k)]$$

dengan kendala sebagai berikut,

$$x(k|k) = x(k) \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} x(k+i+1|k) &= Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k), \\ i &= 1, \dots, N_p - 1 \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$C_k x(k+i+1|k) \leq D, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (2.39)$$

$$Su(k+i|k) \leq T, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (2.40)$$

dimana i merupakan jumlah persamaan sistem dinamik yang digunakan untuk memprediksikan state pada saat mendatang, Pertidaksamaan (2.39) merupakan kendala state dan Pertidaksamaan (2.40) merupakan kendala input yang didefinisikan oleh matrik C_k, S, D, T, Q , dan R adalah matrik yang digunakan untuk membentuk respon dan matrik ini didefinisikan sebagai matrik definit positif bentuk kuadrat, N_p adalah prediksi horizon, $x(k+i+1|k)$ dan $u(k+i|k)$ merupakan state dan kontrol yang diprediksi sesuai dengan i pada saat sekarang atau k , dan $x(k)$ adalah state pada saat sekarang atau k .

Apabila fungsi objektif (tanpa adanya gangguan) diatas mempunyai daerah penyelesaian maka kontrol yang digunakan pada saat sekarang (k) adalah vektor pertama dari matrik kontrol optimal yang telah diprediksi dengan menggunakan MPC, dapat dituliskan dengan

$$u(k) = u^*(k|k) \quad (2.41)$$

Namun apabila sistem disertai gangguan (w tidak sama dengan 0) dan diprediksi dengan menggunakan fungsi objektif MPC standart mempunyai daerah penyelesaian pada saat sekarang (k), daerah penyelesaiannya tidak mampu memenuhi Pertidaksamaan $C_k x(k+1|k) \leq D$ pada saat $k+1$ atau waktu mendatang. Hal ini dikarenakan perlunya optimasi kompensasi kendala yang berfungsi untuk meminimalisir gangguan pada sistem sekaligus memenuhi Pertidaksamaan $C_k x(k+1|k) \leq D$. Sehingga pada tugas akhir ini digunakan metode DC-MPC yang berfungsi untuk mengoptimasi kompensasi kendala untuk meminimalisir gangguan pada sistem.

Metode DC-MPC merupakan pengembangan dari metode MPC dimana metode DC-MPC menggunakan *feedback* kontrol sebagai dasarnya. Tujuan dari penggunaan

algoritma DC-MPC ini adalah untuk menyelesaikan permasalahan kontrol haluan kapal dan mempertimbangkan estimasi gangguan dalam optimalisasi secara langsung. Gangguan pada saat $k - 1$ dituliskan dengan $w(k - 1)$, dapat diestimasi dengan mengikuti persamaan dibawah ini jika state dan kontrol [26] diukur:

$$\hat{w}(k - 1) = x(k) - Ax(k - 1) - Bu(k - 1) \quad (2.42)$$

ketika waktu T_s adalah kecil dan atau gangguan berubah dengan perlahan, dapat diasumsikan bahwa gangguan pada saat k dapat dituliskan sebagai $w(k)$ dapat diestimasi dengan:

$$w(k) = \hat{w}(k - 1) + \epsilon \quad (2.43)$$

Langkah-langkah penting dalam metode ini adalah pendefinisian gangguan sistem dimana gangguan sistem terukur dan terdefinisi dengan baik untuk memperoleh kontrol kompensasi gangguan dimana kontrol kompensasi gangguan tersebut mempengaruhi kendali ke k pada proses MPC kemudian mengoptimalkan sistem dengan cara meminimumkan kuadrat error dan didapatkan kendala kompensasi gangguan yang kemudian disajikan sebagai input pada algoritma MPC, hal inilah yang membedakan metode DC-MPC dengan metode MPC pada umumnya setelah mendapatkan kendali optimal pada waktu k dilakukan kembali cara yang sama untuk waktu $k + 1$ dan tahap terakhir adalah simulasi. Metode DC-MPC mempunyai beberapa urutan penyelesaian diantaranya:

1. Pada saat k , menghitung nilai gangguan pada waktu sebelumnya $k - 1$ yaitu $w(k - 1)$ pada Persamaan (2.42) dengan menggunakan nilai perhitungan dari $x(k)$, $x(k - 1)$ dan $u(k - 1)$.

2. Menghitung kontrol kompensasi gangguan Δu^* dengan memecahkan masalah optimasi dimensi rendah $P_\Delta(\hat{w}(k-1))$ berikut:

$$\min_{\Delta u^* \in R^{n_i}} \| C_k B \Delta u^* + C_k \hat{w}(k-1) \| \quad (2.44)$$

dengan:

$$C_k B \Delta u^* \leq -C \hat{w}(k-1) - E \quad (2.45)$$

$$S \Delta u^* \leq T \quad (2.46)$$

dimana $E = \max(C_1 \epsilon)$ dengan ϵ merupakan selisih antara gelombang laut ke k dan $k-1$. Solusi optimal untuk $P_\Delta(\hat{w}(k-1))$ adalah Δu^*

3. Memecahkan masalah optimalisasi $P(x(k), \Delta u^*)$ diberikan fungsi tujuan:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} [x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i-1|k)^T R u(k+i-1|k)] \quad (2.47)$$

dengan:

$$x(k|k) = x(k) \quad (2.48)$$

$$x(k+i+1|k) = Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k), \quad i = 1, \dots, N_p - 1 \quad (2.49)$$

$$C_k x(k+i+1|k) \leq D, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (2.50)$$

$$Su(k|k) \leq T - S \Delta u^* \quad (2.51)$$

$$Su(k+i|k) \leq T, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (2.52)$$

didapatkan solusi dari $P(x(k), \Delta u^*)$ sebagai berikut:

$$u^*(k|k), u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+N_p-1|k)$$

dan prediksi state yang bersesuaian yaitu

$$x^*(k+1|k), \dots, x^*(k+N_p|k)$$

4. Menerapkan kontrol optimal berikut ke sistem $x(k+1|k) = Ax(k|k) + Bu(k|k) + w(k)$:

$$u(k) = u^*(k|k) + \Delta u^*$$

Jika permasalahan dalam optimalisasi adalah $P_\Delta(\hat{w}(k-1))$ dan $P(x(k), \Delta u^*)$ keduanya mempunyai daerah penyelesaian, maka state konstrain memenuhi $C_k x(k+1) \leq D$ dapat dijamin jika hukum kontrol, $u(k) = u^*(k|k) + \Delta u^*$ diaplikasikan pada sistem yang linier, yaitu $x(k+1|k) = Ax(k|k) + Bu(k|k) + w(k)$. Didapatkan penyelesaian optimal yang memenuhi kendala berikut:

$$C_k B \Delta u^* \leq -C_k w(k-1) - E \quad (2.53)$$

$$C_k x^*(k+1|k) \leq D \quad (2.54)$$

$$S u^*(k|k) \leq T - S \Delta u^* \quad (2.55)$$

dari Pertidaksamaan (2.55) dapat dituliskan kembali:

$$\begin{aligned} S u^*(k|k) &\leq T - S \Delta u^* \\ S u^*(k|k) + S \Delta u^* &\leq T \\ S(u^*(k|k) + \Delta u^*) &\leq T \end{aligned} \quad (2.56)$$

dari Pertidaksamaan (2.56) telah mengikuti bahwa $S(u^*(k|k) + \Delta u^*) \leq T$ sehingga $S(u(k)) \leq T$ sebagai input konstrain dipenuhi. Diperoleh persamaan baru untuk keadaan $x(k+1)$ dimana $u(k) = u^*(k|k) + \Delta u^*$, yaitu:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ &= Ax(k) + B(u^*(k|k) + \Delta u^*) + w(k) \\ &= x^*(k+1|k) + B \Delta u^* + \hat{w}(k-1) + \epsilon \end{aligned} \quad (2.57)$$

karena Pertidaksamaan (2.54-2.55) telah terpenuhi, maka dengan menambahkan Pertidaksamaan (2.54-2.55) pada setiap sisi pertidaksamaan (2.53) diperoleh:

$$C_k B \Delta u^* + C_k x^*(k+1|k) \leq -C_k \hat{w}(k-1) - E + D$$

$$C_k B \Delta u^* + C_k x^*(k+1|k) + C_k \hat{w}(k-1) + E \leq D$$

dengan $E = \max(C_k \epsilon)$, dimana $C_k \epsilon \leq E$ maka:

$$\begin{aligned} C_k x(k+1) &= C_k x^*(k+1|k) + C_k B \Delta u^* + C_k \hat{w}(k-1) + C_k \epsilon \\ &\leq C_k x^*(k+1|k) + C_k B \Delta u^* + C_k \hat{w}(k-1) + E \\ &\leq D \end{aligned}$$

sehingga fungsi kendala $C_k x(k+1) \leq D$ dipenuhi.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam pengerjaan Tugas Akhir secara rinci. Metode penelitian yang digunakan berguna sebagai acuan agar Tugas Akhir ini dapat berjalan secara sistematis. Diagram alir pengerjaan Tugas Akhir ini ditunjukkan pada Gambar 3.1. Tahapan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan pembelajaran yang bersumber baik dari jurnal, tesis, maupun buku mengenai model tidak linear dari kapal Korvet kelas SIGMA, model gangguan berupa gelombang permukaan air laut, metode *Model Predictive Control* (MPC) dan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) untuk menunjang dan menyelesaikan permasalahan dalam Tugas Akhir ini.

2. Identifikasi Model Matematika Kapal dan Gangguan Gelombang

Pada tahap ini dilakukan penulisan model matematika kapal Korvet kelas SIGMA beserta model matematika untuk gangguan kapal berupa gelombang permukaan air laut yang mana model matematika kapal dan gangguan yang digunakan bersumber dari penelitian sebelumnya yaitu milik Titisari Ambarwati tahun 2017 dan Sari Cahyaningtyas tahun 2014 yang merujuk pada Buku *Guidance and Control of Ocean Vehicles* oleh Fossen,

T.I. tahun 1994, setelah itu melakukan linearisasi dan diskretisasi yang akan digunakan untuk mencari sifat-sifat sistem kapal berupa uji kontrol model kapal 4 DOF.

3. Penerapan Metode DC-MPC Dalam Mendesain Kendali Kapal Korvet Kelas SIGMA

Pada tahap ini terlebih dahulu menuliskan formulasi plan model metode DC-MPC kemudian dilanjutkan dengan menuliskan fungsi gangguan yang berupa gelombang air laut dan menghitung fungsi gangguan tersebut yang kemudian dilakukan optimasi kendali kompensasi gangguan untuk memperoleh kontrol kompensasi saat k yang nantinya akan berpengaruh pada $k + N$ dengan cara meminimumkan fungsi objektif kompensasi serta menuliskan syarat batas kendala yang digunakan. Langkah berikutnya adalah melakukan optimalisasi kendali kapal dengan model matematika kapal 4 DOF dengan melibatkan solusi optimal dari kontrol kompensasi gangguan dengan MPC yaitu memasukkan kontrol dari kompensasi gangguan yang telah dihitung sebelumnya kemudian meminimumkan fungsi objektif MPC dan menuliskan kendalanya, optimasi dilakukan dengan *quadratic programming* untuk meminimumkan kuadrat *error* agar dapat melakukan optimasi saat k , dengan cara yang sama untuk $k + N$ yang nantinya akan menghasilkan *error* kemudian membandingkan *error* dengan referensi.

4. Simulasi dan Analisis Hasil Simulasi

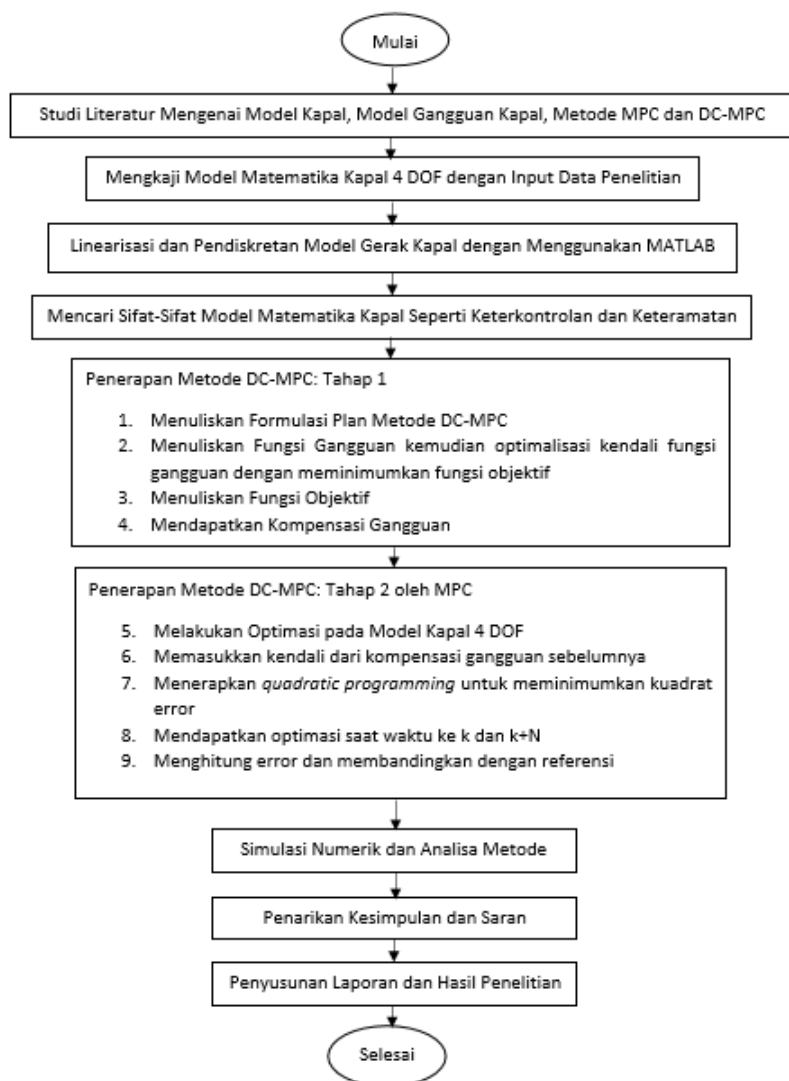
Pada tahap ini dilakukan simulasi numerik berdasarkan hasil penerapan metode DC-MPC dalam mendain kendali haluan kapal dan kemudian menganalisa hasil simulasi numerik dimana akan diketahui pengaruh penggunaan metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA.

5. Penarikan Kesimpulan dan Pemberian Saran

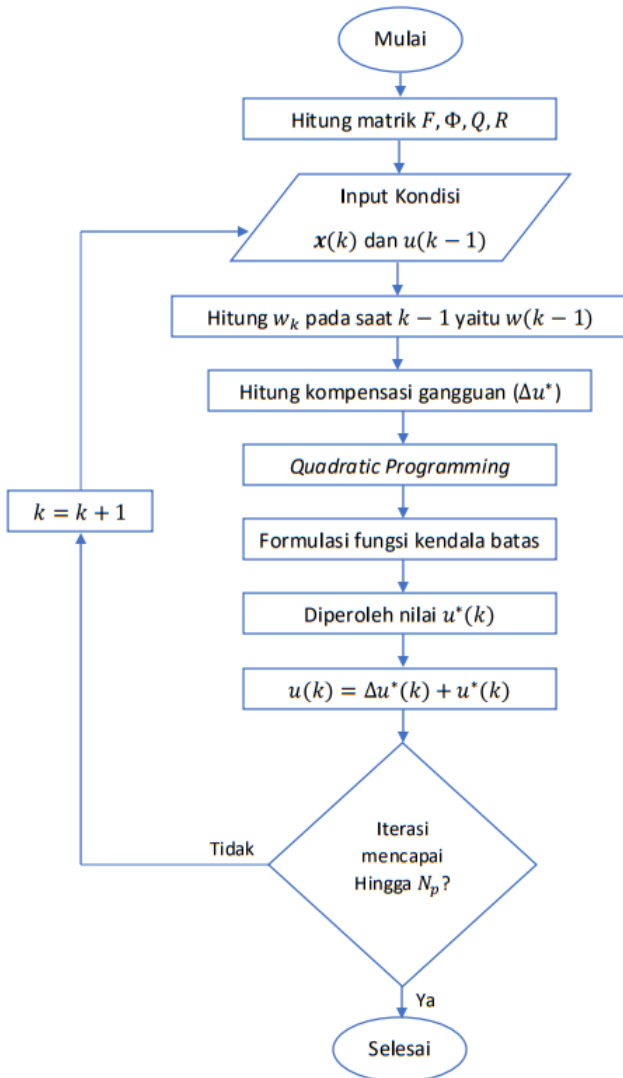
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil penelitian mengenai penggunaan metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA dan dampak yang dihasilkan atas penggunaan metode ini. Dilakukannya pemberian saran atas hasil penelitian ini sebagai bahan untuk penelitian selanjutnya.

6. Penulisan Laporan

Pada tahap terakhir adalah penulisan Tugas Akhir yang meliputi hasil kajian mengenai permasalahan yang dibahas dalam bentuk laporan Tugas Akhir.



Gambar 3.1: Diagram Alir Pengerjaan Tugas Akhir



Gambar 3.2: Algoritma DC-MPC

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab sebelumnya telah diketahui mengenai model dinamik pergerakan kapal dengan 4 derajat kebebasan dari 6 derajat kebebasan dimana adanya kendala saat menjalankan misi di perairan yaitu gelombang permukaan air laut yang menyebabkan kapal bergerak tidak sesuai dengan tujuan yang diinginkan, oleh karena itu pada bab ini akan dijelaskan mengenai langkah-langkah untuk mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA dengan menggunakan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) dengan kontrol input pada sudut kemudi.

4.1 Model Matematika Dan Kinematika Kapal Korvet Kelas SIGMA

Pada tahap ini seperti yang telah diketahui model matematika kapal dengan 4 DOF yang digunakan adalah model matematika kapal pada Persamaan (2.1), yaitu:

$$\begin{aligned}(m - X_{\dot{u}})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\ (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\ -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\ (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N\end{aligned}$$

kapal yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah kapal Korvet kelas SIGMA dengan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Dari Persamaan (2.1) didapatkan persamaan

$\dot{u}, \dot{v}, \dot{p}, \dot{r}$ yaitu:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= \frac{m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X}{(m - X\dot{u})} \\
 \dot{v} &= \frac{-mur + Y + (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} - (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r}}{(m - Y\dot{v})} \\
 \dot{p} &= \frac{mz_G ur + K + (mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v}}{(I_x - K_{\dot{p}})} \\
 \dot{r} &= \frac{-mx_G ur + N - (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v}}{(I_z - N_{\dot{r}})}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

dan model kinematika kapal pada Persamaan (2.15-2.16) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= p \\
 \dot{\psi} &= r \cos \phi
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Berikut ini merupakan perhitungan untuk parameter kapal yang berupa panjang, lebar, kedalaman kapal, massa, dan massa jenis air laut:

1. Panjang Kapal (L)

$$L = \frac{L}{skaladata} = \frac{54}{15} = 3.6$$

2. Lebar Kapal (B)

$$B = \frac{B}{skaladata} = \frac{12}{15} = 0.8$$

3. Kedalaman Kapal (T)

$$T = \frac{T}{skaladata} = \frac{3.5}{15} = 0.23$$

4. Massa Jenis Air Laut (ρ)

$$\rho = 1024$$

5. Massa (m)

$$m = 4.5430$$

Berikut merupakan perhitungan untuk mendapatkan nilai dari massa tambahan dan momen inersia kapal yang merupakan komponen untuk koefisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan *Theory Strip* berdasarkan Persamaan (2.5-2.14):

1. Mendapatkan m' dari Persamaan (2.5)

$$\begin{aligned} m' &= m/(\rho L^3/2) \\ &= 108523.5/(1024 \times 3.6^3/2) \\ &= 4.54303757153421 \end{aligned}$$

2. Mendapatkan X'_u dari Persamaan (2.3)

$$\begin{aligned} X'_u &= -(0.1m/((\rho L^3)/2)) \\ &= -(0.1 \times 108523.5/((\rho \times 3.6^3)/2)) \\ &= -0.454303757153421 \end{aligned}$$

3. Mendapatkan I'_z dari Persamaan (2.4)

$$\begin{aligned} I'_z &= Iz/(\rho/2) \\ &= 47962.07368944/(1024/2) \\ &= 93.6759251746875 \end{aligned}$$

4. Mendapatkan I'_x dari Persamaan (2.5)

$$\begin{aligned} I'_x &= Ix/((\rho L^5)/2) \\ &= 0.08583/((1024 \times 3.6^5)/2) \\ &= 2.77240483588709 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

5. Mendapatkan Y'_v dari Persamaan (2.6)

$$\begin{aligned} Y'_v &= ((1 + (0.16((CbB)/T)) - 5.1(B/L)^2) \\ &\quad (\pi(T/L)^2))/(-1) \\ &= ((1 + (0.16((0.65 \times 0.8)/0.23)) - 5.1(0.8/3.6)^2) \\ &\quad (\pi(0.23/3.6)^2))/(-1) \\ &= -0.0142381703573062 \end{aligned}$$

6. Mendapatkan Y'_r dari Persamaan (2.7)

$$\begin{aligned} Y'_r &= ((0.67(B/L) - 0.0033(B/T)^2) \\ &\quad (\pi(T/L)^2))/(-1) \\ &= ((0.67(0.8/3.6) - 0.0033(0.8/0.23)^2) \\ &\quad (\pi(0.23/3.6)^2))/(-1) \\ &= -0.00139784930433079 \end{aligned}$$

7. Mendapatkan N'_v dari Persamaan (2.8)

$$\begin{aligned} N'_v &= ((1.1(B/L) - 0.041(B/T)) \\ &\quad (\pi(T/L)^2))/(-1) \\ &= ((1.1(0.8/3.6) - 0.041(0.8/0.23)) \\ &\quad (\pi(0.23/3.6)^2))/(-1) \\ &= -0.00130639819713894 \end{aligned}$$

8. Mendapatkan $N'_{\dot{r}}$ dari Persamaan (2.9)

$$\begin{aligned}
 N'_{\dot{r}} &= ((0.083 + 0.017((CbB)/T) \\
 &\quad - 0.33(B/L)(\pi(T/L)^2))/(-1) \\
 &= ((0.083 + 0.017((0.65 \times 3.6)/0.23) \\
 &\quad - 0.33(0.8/3.6)(\pi(0.23/3.6)^2))/(-1) \\
 &= -0.000617068636096414
 \end{aligned}$$

9. Mendapatkan $K'_{\dot{v}}$ dari Persamaan (2.10)

$$K'_{\dot{v}} = 1$$

10. Mendapatkan $K'_{\dot{p}}$ dari Persamaan (2.11)

$$K'_{\dot{p}} = 1$$

11. Mendapatkan $K'_{\dot{p}}$ dari Persamaan (2.12)

$$Y'_{\dot{p}} = 1$$

12. Mendapatkan x_G dari Persamaan (2.13)

$$x'_G = 0.35$$

13. Mendapatkan z_G dari Persamaan (2.14)

$$z'_G = 0.003$$

dari hasil perhitungan diatas dan data rujukan parameter kapal didapatkan data parameter non dimensional kapal sebagai berikut:

Tabel 4.1: Data Parameter Kapal

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
$X'_{\dot{u}}$	-0.4543	z'_G	0.003
$Y'_{\dot{v}}$	-0.0142	x'_G	0.35
$Y'_{\dot{r}}$	-0.0014	$Y'_{\dot{p}}$	1
$K'_{\dot{p}}$	1	$N'_{\dot{r}}$	-0.0006
$N'_{\dot{v}}$	-0.0013	I'_x	2.7724×10^{-7}
$K'_{\dot{v}}$	1	I'_z	93.6759

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.17-2.20) dan Persamaan (4.1) pada Persamaan (4.1) maka model matematika kapal 4 DOF menjadi:

$$\begin{aligned} \dot{u} = & ((X_{ur}ur + X_vv + X_rr + X_{vvv}v^3 + X_{vvr}v^2r + X_{vrr}vr^2 + \\ & X_{rrr}r^3 + X_pp + X_\phi\phi + X_{vv\phi}v^2\phi + X_{v\phi\phi}v\phi^2 + X_{rr\phi}r^2\phi \\ & + X_{r\phi\phi}r\phi^2 + X_\delta\delta + X_{\delta\delta\delta}\delta^3) + mr(rx_G + v - pz_G)) \\ & / (m - X_{\dot{u}}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} = & -((Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + \\ & Y_{rrr}r^3 + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi \\ & + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^3)(I_xI_z - I_zK_{\dot{p}} - I_xN_{\dot{r}} + K_{\dot{p}}N_{\dot{r}}) \\ & + (K_{ur}ur + K_vv + K_rr + K_{vvv}v^3 + K_{vvr}v^2r + K_{vrr}vr^2 \\ & + K_{rrr}r^3 + K_pp + K_\phi\phi + K_{vv\phi}v^2\phi + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + \\ & K_{rr\phi}r^2\phi + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_\delta\delta + K_{\delta\delta\delta}\delta^3)(I_zY_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{p}} - \\ & mN_{\dot{r}}z_G + I_zmz_G) + (N_{ur}ur + N_vv + N_rr + N_{vvv}v^3 + \\ & N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 + N_{rrr}r^3 + N_pp + N_\phi\phi + N_{vv\phi}v^2\phi \\ & + N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 + N_\delta\delta + N_{\delta\delta\delta}\delta^3)(I_xY_{\dot{r}} \\ & - K_{\dot{p}}Y_{\dot{r}} - I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G) + m^2ru(I_xx_G^2 - K_{\dot{p}}x_G^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +I_z z_G^2 - N_{\dot{r}} z_G^2) + mru(-I_x I_z + I_z K_{\dot{p}} + I_x N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{r}} - \\
& I_x x_G Y_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{p}} z_G - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} z_G)/m^2(I_x x_G^2 - \\
& K_{\dot{p}} x_G^2 + I_z z_G^2 - N_{\dot{r}} z_G^2) + m(-I_x I_z + I_z K_{\dot{p}} + I_x N_{\dot{r}} - \\
& K_{\dot{p}} N_{\dot{r}} + I_z K_{\dot{v}} z_G - I_x N_{\dot{v}} x_G + K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} x_G - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} z_G \\
& - I_x x_G Y_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{p}} z_G - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} z_G) + I_z(I_x Y_{\dot{v}} - \\
& K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}}) + I_x(-N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) + K_{\dot{p}}(N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} - \\
& N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
\dot{p} = & ((K_{ur}ur + K_vv + K_rr + K_{vvv}v^3 + K_{vvr}v^2r + K_{vrr}vr^2 + \\
& K_{rrr}r^3 + K_pp + K_\phi\phi + K_{vv\phi}v^2\phi + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi \\
& + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_\delta\delta + K_{\delta\delta\delta}\delta^3)(m^2x_G^2 - I_zm + mN_{\dot{r}} + I_zY_{\dot{v}} \\
& - N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mx_GY_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}}x_G) + (Y_{ur}ur + Y_vv + \\
& Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 + Y_pp + Y_\phi\phi \\
& + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^3) \\
& (-I_zK_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}N_{\dot{r}} - I_zmz_G + mN_{\dot{r}}z_G) + (N_{ur}ur + N_vv + \\
& N_rr + N_{vvv}v^3 + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 + N_{rrr}r^3 + N_pp + \\
& N_\phi\phi + N_{vv\phi}v^2\phi + N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 + N_\delta\delta + \\
& N_{\delta\delta\delta}\delta^3)(K_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mY_{\dot{r}}z_G + m^2x_Gz_G + K_{\dot{v}}mx_G) + K_{\dot{v}}ru \\
& (-m^2x_G^2 + I_zm - mN_{\dot{r}} + mx_GY_{\dot{r}}) + mruz_G(I_zY_{\dot{v}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} \\
& + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}}x_G))/m^2(I_x x_G^2 - K_{\dot{p}} x_G^2 + I_z z_G^2 - N_{\dot{r}} z_G^2) + \\
& m(-I_x I_z + I_z K_{\dot{p}} + I_x N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{r}} + I_z K_{\dot{v}} z_G - I_x N_{\dot{v}} x_G + \\
& K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} x_G - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} z_G - I_x x_G Y_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{p}} z_G - \\
& N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} z_G) + I_z(I_x Y_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}}) + I_x(-N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) \\
& + K_{\dot{p}}(N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} - N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\dot{r} = ((N_{ur}ur + N_vv + N_rr + N_{vvv}v^3 + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 +$$

$$\begin{aligned}
& N_{rrr}r^3 + N_p p + N_\phi \phi + N_{vv\phi}v^2\phi + N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi \\
& + N_{r\phi\phi}r\phi^2 + N_\delta\delta + N_{\delta\delta\delta}\delta^3)(m^2z_G^2 - I_xm + K_{\dot{p}}m + I_xY_{\dot{v}} \\
& - K_{\dot{p}}Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} + K_{\dot{v}}mz_G + mY_{\dot{p}}z_G) + (Y_{ur}ur + Y_{vv}v + \\
& Y_{vr}r + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 + Y_{pp}p + Y_{\phi\phi}\phi \\
& + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^3) \\
& (-I_xN_{\dot{v}} + K_{\dot{p}}N_{\dot{v}} + I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G) + (K_{ur}ur + K_{vv}v \\
& + K_{vr}r + K_{vvv}v^3 + K_{vvr}v^2r + K_{vrr}vr^2 + K_{rrr}r^3 + K_{pp}p + \\
& K_{\phi\phi}\phi + K_{vv\phi}v^2\phi + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + \\
& K_\delta\delta + K_{\delta\delta\delta}\delta^3)(-N_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} - mN_{\dot{v}}z_G + mx_GY_{\dot{p}} + m^2x_Gz_G) + \\
& mru(-mN_{\dot{v}}z_G^2 + I_xN_{\dot{v}} - K_{\dot{p}}N_{\dot{v}} - I_xx_GY_{\dot{v}} + K_{\dot{p}}x_GY_{\dot{v}} - \\
& K_{\dot{v}}x_GY_{\dot{p}} - N_{\dot{v}}Y_{\dot{p}}z_G - mK_{\dot{v}}x_Gz_G))/m^2(I_xx_G^2 - K_{\dot{p}}x_G^2 + \\
& I_zz_G^2 - N_{\dot{r}}z_G^2) + m(-I_xI_z + I_zK_{\dot{p}} + I_xN_{\dot{r}} - K_{\dot{p}}N_{\dot{r}} + \\
& I_zK_{\dot{v}}z_G - I_xN_{\dot{v}}x_G + K_{\dot{p}}N_{\dot{v}}x_G - K_{\dot{v}}N_{\dot{r}}z_G - I_xx_GY_{\dot{r}} + \\
& K_{\dot{p}}x_GY_{\dot{r}} + I_zY_{\dot{p}}z_G - N_{\dot{r}}Y_{\dot{p}}z_G) + I_z(I_xY_{\dot{v}} - K_{\dot{p}}Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}Y_{\dot{p}}) \\
& + I_x(-N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}}) + K_{\dot{p}}(N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} - N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}}) - K_{\dot{v}}N_{\dot{r}}Y_{\dot{p}}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

4.2 Pelinearan

Dilakukan tahap linearisasi pada Persamaan (4.2) dan (4.3-4.6), proses linearisasi dilakukan dengan menggunakan matriks Jacobi terhadap u, v, p, r, ϕ, ψ . Dengan mengasumsikan bahwa $f_1 = \dot{u}, f_2 = \dot{v}, f_3 = \dot{p}, f_4 = \dot{r}, f_5 = \dot{\phi}, f_6 = \dot{\psi}$ dapat dituliskan matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} & \frac{\partial f_1}{\partial v} & \frac{\partial f_1}{\partial p} & \frac{\partial f_1}{\partial r} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} & \frac{\partial f_2}{\partial v} & \frac{\partial f_2}{\partial p} & \frac{\partial f_2}{\partial r} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} & \frac{\partial f_3}{\partial v} & \frac{\partial f_3}{\partial p} & \frac{\partial f_3}{\partial r} & \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u} & \frac{\partial f_4}{\partial v} & \frac{\partial f_4}{\partial p} & \frac{\partial f_4}{\partial r} & \frac{\partial f_4}{\partial \phi} & \frac{\partial f_4}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_5}{\partial u} & \frac{\partial f_5}{\partial v} & \frac{\partial f_5}{\partial p} & \frac{\partial f_5}{\partial r} & \frac{\partial f_5}{\partial \phi} & \frac{\partial f_5}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_6}{\partial u} & \frac{\partial f_6}{\partial v} & \frac{\partial f_6}{\partial p} & \frac{\partial f_6}{\partial r} & \frac{\partial f_6}{\partial \phi} & \frac{\partial f_6}{\partial \psi} \end{bmatrix}$$

1. Turunan Terhadap u

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial u} &= \frac{X_{ur}r}{(m - X_{\dot{u}})} \\
\frac{\partial f_2}{\partial u} &= \frac{1}{s}(-((Y_{ur}r)(I_x I_z - I_z K_{\dot{p}} - I_x N_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} N_{\dot{r}}) \\
&\quad + (K_{ur}r)(I_z Y_{\dot{p}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} - m N_{\dot{r}} z_G + I_z m z_G) \\
&\quad + (N_{ur}r)(I_x Y_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{r}} - I_x m x_G + K_{\dot{p}} m x_G) \\
&\quad + m^2 r(I_x x_G^2 - K_{\dot{p}} x_G^2 + I_z z_G^2 - N_{\dot{r}} z_G^2) \\
&\quad + m r(-I_x I_z + I_z K_{\dot{p}} + I_x N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{r}} - \\
&\quad I_x x_G Y_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{p}} z_G - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} z_G))) \\
\frac{\partial f_3}{\partial u} &= \frac{1}{s}((K_{ur}r)(m^2 x_G^2 - I_z m + m N_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{v}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} \\
&\quad + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} - m x_G Y_{\dot{r}} - m N_{\dot{v}} x_G) + (Y_{ur}r)(-I_z K_{\dot{v}} \\
&\quad + K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} - I_z m z_G + m N_{\dot{r}} z_G) + (N_{ur}r)(K_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} \\
&\quad - m Y_{\dot{r}} z_G + m^2 x_G z_G + K_{\dot{v}} m x_G) + K_{\dot{v}} r \\
&\quad (-m^2 x_G^2 + I_z m - m N_{\dot{r}} + m x_G Y_{\dot{r}}) + m r z_G \\
&\quad (I_z Y_{\dot{v}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} - m N_{\dot{v}} x_G)) \\
\frac{\partial f_4}{\partial u} &= \frac{1}{s}((N_{ur}r)(m^2 z_G^2 - I_x m + K_{\dot{p}} m + I_x Y_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} \\
&\quad + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} + K_{\dot{v}} m z_G + m Y_{\dot{p}} z_G) + (Y_{ur}r)(-I_x N_{\dot{v}} \\
&\quad + K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} + I_x m x_G + K_{\dot{p}} m x_G) + (K_{ur}r)(-N_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} \\
&\quad - m N_{\dot{v}} z_G + m x_G Y_{\dot{p}} + m^2 x_G z_G) + m r \\
&\quad (-m N_{\dot{v}} z_G^2 + I_x N_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} - I_x x_G Y_{\dot{v}} \\
&\quad + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{v}} - K_{\dot{v}} x_G Y_{\dot{p}} - N_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} z_G - m K_{\dot{v}} x_G z_G)) \\
\frac{\partial f_5}{\partial u} &= 0 \\
\frac{\partial f_6}{\partial u} &= 0
\end{aligned}$$

2. Turunan Terhadap v

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial v} &= \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})} ((X_v + 3X_{vvv}v^2 + 2X_{vvr}vr \\
&\quad + X_{vrr}r^2 + 2X_{vv\phi}v\phi + X_{v\phi\phi}\phi^2) + mr) \\
\frac{\partial f_2}{\partial v} &= \frac{1}{s} (-((Y_v + 3Y_{vvv}v^2 + 2Y_{vvr}vr + Y_{vrr}r^2 \\
&\quad + 2Y_{vv\phi}v\phi + Y_{v\phi\phi}\phi^2)(I_x I_z - I_z K_{\dot{p}} - \\
&\quad I_x N_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} N_{\dot{r}}) + (K_v + 3K_{vvv}v^2 + \\
&\quad 2K_{vvr}vr + K_{vrr}r^2 + 2K_{vv\phi}v\phi + K_{v\phi\phi}\phi^2) \\
&\quad (I_z Y_{\dot{p}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} - m N_{\dot{r}} z_G + I_z m z_G) \\
&\quad + (N_v + 3N_{vvv}v^2 + 2N_{vvr}vr + N_{vrr}r^2 \\
&\quad + 2N_{vv\phi}v\phi + N_{v\phi\phi}\phi^2)(I_x Y_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{r}} \\
&\quad - I_x m x_G + K_{\dot{p}} m x_G))) \\
\frac{\partial f_3}{\partial v} &= \frac{1}{s} (K_v + 3K_{vvv}v^2 + 2K_{vvr}vr + K_{vrr}r^2 + \\
&\quad 2K_{vv\phi}v\phi + K_{v\phi\phi}\phi^2)(m^2 x_G^2 - I_z m + m N_{\dot{r}} \\
&\quad + I_z Y_{\dot{v}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} - m x_G Y_{\dot{r}} - m N_{\dot{v}} x_G) \\
&\quad + (Y_v + 3Y_{vvv}v^2 + 2Y_{vvr}vr + Y_{vrr}r^2 \\
&\quad + 2Y_{vv\phi}v\phi + Y_{v\phi\phi}\phi^2)(-I_z K_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} \\
&\quad - I_z m z_G + m N_{\dot{r}} z_G) + (N_v + 3N_{vvv}v^2 \\
&\quad + 2N_{vvr}vr + N_{vrr}r^2 + 2N_{vv\phi}v\phi + N_{v\phi\phi}\phi^2) \\
&\quad (K_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} - m Y_{\dot{r}} z_G + m^2 x_G z_G + K_{\dot{v}} m x_G)) \\
\frac{\partial f_4}{\partial v} &= \frac{1}{s} ((N_v + 3N_{vvv}v^2 + 2N_{vvr}vr + N_{vrr}r^2 \\
&\quad + 2N_{vv\phi}v\phi + N_{v\phi\phi}\phi^2)(m^2 z_G^2 - I_x m \\
&\quad + K_{\dot{p}} m + I_x Y_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} + K_{\dot{v}} m z_G \\
&\quad + m Y_{\dot{p}} z_G) + (Y_v + 3Y_{vvv}v^2 + 2Y_{vvr}vr +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Y_{vrr}r^2 + 2Y_{vv\phi}v\phi + Y_{v\phi\phi}\phi^2)(-I_xN_{\dot{v}} + \\
& K_{\dot{p}}N_{\dot{v}} + I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G) + (K_v + \\
& 3K_{vvv}v^2 + 2K_{vvrv}vr + K_{vrr}r^2 + \\
& 2K_{vv\phi}v\phi + K_{v\phi\phi}\phi^2)(-N_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} - mN_{\dot{v}}z_G \\
& + mx_GY_{\dot{p}} + m^2x_Gz_G)) \\
\frac{\partial f_5}{\partial v} &= 0 \\
\frac{\partial f_6}{\partial v} &= 0
\end{aligned}$$

3. Turunan Terhadap p

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial p} &= \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})}((X_p) - mrz_G) \\
\frac{\partial f_2}{\partial p} &= \frac{1}{s}(-((Y_p)(I_xI_z - I_zK_{\dot{p}} - I_xN_{\dot{r}} + K_{\dot{p}}N_{\dot{r}}) + (K_p) \\
& (I_zY_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{p}} - mN_{\dot{r}}z_G + I_zmz_G) + (N_p)(I_xY_{\dot{r}} \\
& - K_{\dot{p}}Y_{\dot{r}} - I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G))) \\
\frac{\partial f_3}{\partial p} &= \frac{1}{s}((K_p)(m^2x_G^2 - I_zm + mN_{\dot{r}} + I_zY_{\dot{v}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} \\
& + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mx_GY_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}}x_G) + (Y_p)(-I_zK_{\dot{v}} + \\
& K_{\dot{v}}N_{\dot{r}} - I_zmz_G + mN_{\dot{r}}z_G) + (N_p)(K_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - \\
& mY_{\dot{r}}z_G + m^2x_Gz_G + K_{\dot{v}}mx_G)) \\
\frac{\partial f_4}{\partial p} &= \frac{1}{s}((N_p)(m^2z_G^2 - I_xm + K_{\dot{p}}m + I_xY_{\dot{v}} - K_{\dot{p}}Y_{\dot{v}} \\
& + K_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} + K_{\dot{v}}mz_G + mY_{\dot{p}}z_G) + (Y_p)(-I_xN_{\dot{v}} + \\
& K_{\dot{p}}N_{\dot{v}} + I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G) + (K_p)(-N_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} - \\
& mN_{\dot{v}}z_G + mx_GY_{\dot{p}} + m^2x_Gz_G))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_5}{\partial p} &= 1 \\ \frac{\partial f_6}{\partial p} &= 0\end{aligned}$$

4. Turunan Terhadap r

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1}{\partial r} &= \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})}((X_{ur}u + X_r + X_{vvr}v^2 + 2X_{vrr}vr \\ &\quad + 3X_{rrr}r^2 + 2X_{rr\phi}r\phi + X_{r\phi\phi}\phi^2) + 2mx_Gr + \\ &\quad mv - mpz_G) \\ \frac{\partial f_2}{\partial r} &= \frac{1}{s}(-((Y_{ur}u + Y_r + Y_{vvr}v^2 + 2Y_{vrr}vr + 3Y_{rrr}r^2 \\ &\quad + 2Y_{rr\phi}r\phi + Y_{r\phi\phi}\phi^2)(I_xI_z - I_zK_{\dot{p}} - I_xN_{\dot{r}} + \\ &\quad K_{\dot{p}}N_{\dot{r}}) + (K_{ur}u + K_r + K_{vvr}v^2 + 2K_{vrr}vr \\ &\quad + 3K_{rrr}r^2 + 2K_{rr\phi}r\phi + K_{r\phi\phi}\phi^2)(I_zY_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{p}} \\ &\quad - mN_{\dot{r}}z_G + I_zmz_G) + (N_{ur}u + N_r + K_{vvr}v^2 \\ &\quad + 2N_{vrr}vr + 3N_{rrr}r^2 + 2N_{rr\phi}r\phi + N_{r\phi\phi}\phi^2) \\ &\quad (I_xY_{\dot{r}} - K_{\dot{p}}Y_{\dot{r}} - I_xmx_G + K_{\dot{p}}mx_G) + m^2u \\ &\quad (I_xx_G^2 - K_{\dot{p}}x_G^2 + I_zz_G^2 - N_{\dot{r}}z_G^2))) \\ \frac{\partial f_3}{\partial r} &= \frac{1}{s}((K_{ur}u + K_r + K_{vvr}v^2 + 2K_{vrr}vr + 3K_{rrr}r^2 \\ &\quad + 2K_{rr\phi}r\phi + K_{r\phi\phi}\phi^2)(m^2x_G^2 - I_zm + mN_{\dot{r}} + \\ &\quad I_zY_{\dot{v}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mx_GY_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}}x_G) + \\ &\quad (Y_{ur}u + Y_r + Y_{vvr}v^2 + 2Y_{vrr}vr + 3Y_{rrr}r^2 + \\ &\quad 2Y_{rr\phi}r\phi + Y_{r\phi\phi}\phi^2)(-I_zK_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}N_{\dot{r}} - I_zmz_G + \\ &\quad mN_{\dot{r}}z_G) + (N_{ur}u + N_r + K_{vvr}v^2 + 2N_{vrr}vr + \\ &\quad 3N_{rrr}r^2 + 2N_{rr\phi}r\phi + N_{r\phi\phi}\phi^2)(K_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mY_{\dot{r}}z_G \\ &\quad + m^2x_Gz_G + K_{\dot{v}}mx_G) + K_{\dot{v}}u(-m^2x_G^2 + I_zm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -mN_{\dot{r}} + mx_G Y_{\dot{r}}) + muz_G(I_z Y_{\dot{v}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + \\
& N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}} x_G)) \\
\frac{\partial f_4}{\partial r} = & \frac{1}{s}((N_{ur}u + N_r + K_{vvr}v^2 + 2N_{vrr}vr + 3N_{rrr}r^2 \\
& + 2N_{rr\phi}r\phi + N_{r\phi\phi}\phi^2)(m^2 z_G^2 - I_x m + K_{\dot{p}} m + \\
& I_x Y_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} + K_{\dot{v}} m z_G + m Y_{\dot{p}} z_G) + \\
& (Y_{ur}u + Y_r + Y_{vvr}v^2 + 2Y_{vrr}vr + 3Y_{rrr}r^2 + \\
& 2Y_{rr\phi}r\phi + Y_{r\phi\phi}\phi^2)(-I_x N_{\dot{v}} + K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} + I_x m x_G \\
& + K_{\dot{p}} m x_G) + (K_{ur}u + K_r + K_{vvr}v^2 + 2K_{vrr}vr \\
& + 3K_{rrr}r^2 + 2K_{rr\phi}r\phi + K_{r\phi\phi}\phi^2)(-N_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} - \\
& mN_{\dot{v}} z_G + m x_G Y_{\dot{p}} + m^2 x_G z_G) + mu(-mN_{\dot{v}} z_G^2 \\
& + I_x N_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} - I_x x_G Y_{\dot{v}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{v}} - K_{\dot{v}} x_G Y_{\dot{p}} \\
& - N_{\dot{v}} Y_{\dot{p}} z_G - mK_{\dot{v}} x_G z_G)) \\
\frac{\partial f_5}{\partial r} = & 0 \\
\frac{\partial f_6}{\partial r} = & \cos \phi
\end{aligned}$$

5. Turunan Terhadap ϕ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial \phi} = & \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})}(X_{\phi} + X_{vv\phi}v^2 + 2X_{v\phi\phi}v\phi + X_{rr\phi}r^2 \\
& + 2X_{r\phi\phi}r\phi) \\
\frac{\partial f_2}{\partial \phi} = & \frac{1}{s}(-((Y_{\phi} + Y_{vv\phi}v^2 + 2Y_{v\phi\phi}v\phi + Y_{rr\phi}r^2 + 2Y_{r\phi\phi}r\phi) \\
& (I_x I_z - I_z K_{\dot{p}} - I_x N_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} N_{\dot{r}}) + (K_{\phi} + K_{vv\phi}v^2 \\
& + 2K_{v\phi\phi}v\phi + K_{rr\phi}r^2 + 2K_{r\phi\phi}r\phi)(I_z Y_{\dot{p}} - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} - \\
& mN_{\dot{r}} z_G + I_z m z_G) + (N_{\phi} + N_{vv\phi}v^2 + 2N_{v\phi\phi}v\phi \\
& + N_{rr\phi}r^2 + 2N_{r\phi\phi}r\phi)(I_x Y_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{r}} - I_x m x_G + \\
& K_{\dot{p}} m x_G)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_3}{\partial \phi} &= \frac{1}{s}((K_\phi + K_{vv\phi}v^2 + 2K_{v\phi\phi}v\phi + K_{rr\phi}r^2 + 2K_{r\phi\phi}r\phi) \\
&\quad (m^2x_G^2 - I_zm + mN_{\dot{r}} + I_zY_{\dot{v}} - N_{\dot{r}}Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - \\
&\quad mx_GY_{\dot{r}} - mN_{\dot{v}}x_G) + (Y_\phi + Y_{vv\phi}v^2 + 2Y_{v\phi\phi}v\phi + \\
&\quad Y_{rr\phi}r^2 + 2Y_{r\phi\phi}r\phi)(-I_zK_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}N_{\dot{r}} - I_zmz_G + \\
&\quad mN_{\dot{r}}z_G) + (N_\phi + N_{vv\phi}v^2 + 2N_{v\phi\phi}v\phi + N_{rr\phi}r^2 \\
&\quad + 2N_{r\phi\phi}r\phi)(K_{\dot{v}}Y_{\dot{r}} - mY_{\dot{r}}z_G + m^2x_Gz_G + K_{\dot{v}}mx_G)) \\
\frac{\partial f_4}{\partial \phi} &= \frac{1}{s}((N_\phi + N_{vv\phi}v^2 + 2N_{v\phi\phi}v\phi + N_{rr\phi}r^2 + 2N_{r\phi\phi}r\phi) \\
&\quad (m^2z_G^2 - I_xm + K_{\dot{p}}m + I_xY_{\dot{v}} - K_{\dot{p}}Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} + \\
&\quad K_{\dot{v}}mz_G + mY_{\dot{p}}z_G) + (Y_\phi + Y_{vv\phi}v^2 + 2Y_{v\phi\phi}v\phi + \\
&\quad + Y_{rr\phi}r^2 + 2Y_{r\phi\phi}r\phi)(-I_xN_{\dot{v}} + K_{\dot{p}}N_{\dot{v}} + I_xmx_G + \\
&\quad K_{\dot{p}}mx_G) + (K_\phi + K_{vv\phi}v^2 + 2K_{v\phi\phi}v\phi + K_{rr\phi}r^2 \\
&\quad + 2K_{r\phi\phi}r\phi)(-N_{\dot{v}}Y_{\dot{p}} - mN_{\dot{v}}z_G + mx_GY_{\dot{p}} + m^2x_Gz_G)) \\
\frac{\partial f_5}{\partial \phi} &= 0 \\
\frac{\partial f_6}{\partial \phi} &= -r \sin \phi
\end{aligned}$$

6. Turunan Terhadap ψ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial \psi} &= 0 \\
\frac{\partial f_2}{\partial \psi} &= 0 \\
\frac{\partial f_3}{\partial \psi} &= 0 \\
\frac{\partial f_4}{\partial \psi} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_5}{\partial \psi} &= 0 \\ \frac{\partial f_6}{\partial \psi} &= 0\end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned}s = & m^2(I_x x_G^2 - K_{\dot{p}} x_G^2 + I_z z_G^2 - N_{\dot{r}} z_G^2) + m(-I_x I_z + \\ & I_z K_{\dot{p}} + I_x N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}} N_{\dot{r}} + I_z K_{\dot{v}} z_G - I_x N_{\dot{v}} x_G + K_{\dot{p}} N_{\dot{v}} x_G \\ & - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} z_G - I_x x_G Y_{\dot{r}} + K_{\dot{p}} x_G Y_{\dot{r}} + I_z Y_{\dot{p}} z_G - N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}} z_G) \\ & + I_z(I_x Y_{\dot{v}} - K_{\dot{p}} Y_{\dot{v}} + K_{\dot{v}} Y_{\dot{p}}) + I_x(-N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} + N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) + \\ & K_{\dot{p}}(N_{\dot{r}} Y_{\dot{v}} - N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}) - K_{\dot{v}} N_{\dot{r}} Y_{\dot{p}}\end{aligned}$$

Linearisasi dilakukan dengan menginputkan data pada Tabel (4.1) dan nilai gaya momen hidrodinamika yang telah dirumuskan sebelumnya pada Persamaan (2.17) hingga (2.20) sebagai berikut:

(a) *surge*

$$\begin{aligned}X = & -50000,0 - 0,00886ur + 0,519v + 0,0683r \\ & + 77663v^3 - 2,50v^2r - 0,000181vr^2 - \\ & 0,000000r^3 - 0,000005p + 0,000301\phi - \\ & 137,4v^2\phi - 0,0033v\phi^2 + 0,000000r^2\phi + \\ & 0,000000r\phi^2 + 0,00096\delta - 0,00333\delta^3\end{aligned}$$

(b) *sway*

$$\begin{aligned}Y = & -0,030222 - 0,0334ur - 1,301v + 0,258r + \\ & 335744v^3 - 4,5v^2r + 0,00112vr^2 + 0,000000r^3 \\ & - 0,000031p + 0,000355\phi - 187v^2\phi - 0,0408v\phi^2 \\ & - 0,000000r^2\phi + 0,000005r\phi^2 - 0,0144\delta \\ & + 0,0165\delta^3\end{aligned}$$

(c) *roll*

$$\begin{aligned}
K = & 0,000336 + 0,0240ur + 1,432v - 0,1851r - \\
& 374627v^3 + 14,6v^2r - 0,00114vr^2 - 0,000000r^3 \\
& -0,000084p - 0,000223\phi + 250,7v^2\phi + 0,0192v\phi^2 \\
& -0,000000r^2\phi - 0,000003r\phi^2 + 0,00903\delta \\
& -0,0118\delta^3
\end{aligned}$$

(d) *yaw*

$$\begin{aligned}
N = & 4,1 - 1058ur - 1576v + 8155r - \\
& 1777893055v^3 + 491101v^2r + 244,5vr^2 \\
& -0,01765r^3 + 0,267p + 0,15\phi + 1329553v^2\phi \\
& + 534v\phi^2 - 0,03016r^2\phi + 0,4107r\phi^2 \\
& + 284\delta - 474\delta^3
\end{aligned}$$

serta diinputkan nilai titik setimbang dimana $u = 7.717; v = 0; p = 0; r = 0.0872665; \phi = 0; \psi = 0$.

4.3 Pendiskretan

Setelah melakukan tahap linearisasi didapatkan matriks A yang nilainya didapatkan dari nilai matriks Jacobian sehingga matriks $A =$ matriks J dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0002 & 0.1832 & -0.0002 & 0.0555 & 6.0232 & 0 \\ 0.2102 & 4.3166 & -0.0008 & 0.0665 & -0.0004 & 0 \\ -0.2158 & -5.7990 & 0.0009 & 6.2406 & 0.0006 & 0 \\ -0.9907 & -16.8852 & 0.0029 & -0.1270 & 0.0016 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dapat dituliskan kembali bentuk *state space* sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -0.0002 & 0.1832 & -0.0002 & 0.0555 & 6.0232 & 0 \\ 0.2102 & 4.3166 & -0.0008 & 0.0665 & -0.0004 & 0 \\ -0.2158 & -5.7990 & 0.0009 & 6.2406 & 0.0006 & 0 \\ -0.9907 & -16.8852 & 0.0029 & -0.1270 & 0.0016 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Selanjutnya dilakukan didiskretisasi dengan menggunakan beda maju untuk mendapatkan sistem dalam bentuk diskret yang bergantung pada waktu karena sistem dinamik kapal yang telah dilinearisasi dimana merupakan sistem yang kontinu. Berikut adalah proses diskretisasi sistem dengan memisalkan:

$$\mathbf{x} = [u, v, p, r, \pi, \psi]^T$$

diperoleh perhitungan matriks linear diskret sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1(k+1)-x_1(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_2(k+1)-x_2(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_3(k+1)-x_3(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_4(k+1)-x_4(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_5(k+1)-x_5(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_6(k+1)-x_6(k)}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0002 & 0.1832 & -0.0002 & \dots \\ 0.2102 & 4.3166 & -0.0008 & \dots \\ -0.2158 & -5.7990 & 0.0009 & \dots \\ -0.9907 & -16.8852 & 0.0029 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & 0.0555 & 6.0232 & 0 \\ \dots & 0.0665 & -0.0004 & 0 \\ \dots & 6.2406 & 0.0006 & 0 \\ \dots & -0.1270 & 0.0016 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) - x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) \\ x_3(k+1) - x_3(k) \\ x_4(k+1) - x_4(k) \\ x_5(k+1) - x_5(k) \\ x_6(k+1) - x_6(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0002\Delta t & 0.1832\Delta t & \dots \\ 0.2102\Delta t & 4.3166\Delta t & \dots \\ -0.2158\Delta t & -5.7990\Delta t & \dots \\ -0.9907\Delta t & -16.8852\Delta t & \dots \\ 0\Delta t & 0\Delta t & \dots \\ 0\Delta t & 0\Delta t & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & -0.0002\Delta t & 0.0555\Delta t & 6.0232\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & -0.0008\Delta t & 0.0665\Delta t & -0.0004\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 0.0009\Delta t & 6.2406\Delta t & 0.0006\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 0.0029\Delta t & 0.1270\Delta t & 0.0016\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 1\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 0\Delta t & 1\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ 1\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0002\Delta t + 1 & 0.1832\Delta t & \dots \\ 0.2102\Delta t & 4.3166\Delta t + 1 & \dots \\ -0.2158\Delta t & -5.7990\Delta t & \dots \\ -0.9907\Delta t & -16.8852\Delta t & \dots \\ 0\Delta t & 0\Delta t & \dots \\ 0\Delta t & 0\Delta t & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & -0.0002\Delta t & 0.0555\Delta t & 6.0232\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & -0.0008\Delta t & 0.0665\Delta t & -0.0004\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 0.0009\Delta t + 1 & 6.2406\Delta t & 0.0006\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 0.0029\Delta t & 0.1270\Delta t + 1 & 0.0016\Delta t & 0\Delta t \\ \dots & 1\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t + 1 & 0\Delta t \\ \dots & 0\Delta t & 1\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ 1\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \end{bmatrix} u$$

dengan mengasumsikan bahwa waktu sampling (Δt) = 1 maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9998 & 0.1832 & -0.0002 & \dots \\ 0.2102 & 5.3166 & -0.0008 & \dots \\ -0.2158 & -5.7990 & 1.0009 & \dots \\ -0.9907 & -16.8852 & 0.0029 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

4.4 Uji Keterkontrolan

Setelah dilakukan proses linierisasi dan diskretisasi terhadap model matematika kapal dan model kinematika

kapal didapatkan matrik A dan B linier diskrit sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -0.9998 & 0.1832 & -0.0002 & 0.0555 & 6.0232 & 0 \\ 0.2102 & 5.3166 & -0.0008 & 0.0665 & -0.0004 & 0 \\ -0.2158 & -5.7990 & 1.0009 & 6.2406 & 0.0006 & 0 \\ -0.9907 & -16.8852 & 0.0029 & 0.8730 & 0.0016 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

merujuk pada Sub-bab (2.7) mengenai keterkontrolan, maka untuk matrik A dan B diatas dinyatakan terkontrol dengan nilai rank M_c sama seperti nilai rank matriks A yaitu 6. Fungsi dari uji kontrol ini adalah untuk mengetahui apakah sistem dapat dikontrol atau tidak, dan syarat agar kapal dapat didesain kendali haluannya adalah sistem kapal itu sendiri terkontrol.

4.5 Mendesain Kendali Haluan Kapal Dengan Metode DC-MPC

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai penggunaan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC) dalam mendesain kendali haluan kapal perang Korvet kelas SIGMA, dimana diformulasikan fungsi objektif beserta batas kendalanya dalam bentuk *quadratic programming* yang nantinya akan disimulasikan. Dalam mendesain kendali haluan kapal terdapat beberapa tahapan yang harus dikerjakan, diantaranya:

1. Menghitung gangguan gelombang permukaan air laut Setelah dilakukan non-dimensional terhadap model gelombang dan didapatkan koefisien untuk gangguan gelombang permukaan air laut pada Persamaan (2.22) kemudian dari Persamaan (2.22) dimasukkan kedalam Model dinamika kapal (2.1) dimana untuk koefisien hidrodinamika kapal diganti dengan koefisien untuk gangguan gelombang permukaan air laut dan memasukkan data parameter gelombang yang telah ditentukan, sehingga diperoleh state linear diskret yang telah didapatkan pada Sub bab 4.3 ditambahkan dengan gangguan gelombang (2.22).
2. Mengestimasi gangguan pada waktu $k - 1$ yaitu $w(k - 1)$ dengan persamaan sebagai berikut jika state dan kontrol memenuhi:

$$\hat{w}(k - 1) = x(k) - Ax(k - 1) - Bu(k - 1)$$

dengan asumsi bahwa

$$\hat{w}(k) = \hat{w}(k - 1) + \epsilon$$

dimana ϵ adalah error yang didapatkan dari selisih gangguan pada waktu k dan gangguan pada waktu $k - 1$. Perhitungan estimasi dapat dilakukan dengan $x(k), x(k - 1), u(k - 1)$ yang nantinya ditemukan dengan perhitungan.

3. Menghitung kontrol kompensasi gangguan (Δu^*) dengan menyelesaikan permasalahan optimalisasi (mengoptimasi) dibawah ini ($J_1(\hat{w}(k - 1))$)

$$J_1 = \|C_k B \Delta u^* + C_1 \hat{w}(k - 1)\|$$

dengan kendala,

$$\begin{aligned} C_k B \Delta u^* &\leq -C_k \hat{w}(k - 1) - E \\ S \Delta u^* &\leq T \end{aligned}$$

optimasi kontrol kompensasi gangguan dalam bentuk matriks dimana batasan kompensasi diberikan pada parameter r atau *yaw rate* sehingga

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \| C_k B \Delta u^* + C_k \hat{w}(k-1) \| \\
 &= \left\| \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u^* + \right. \\
 &\quad \left. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{w}(k-1) \right\| \\
 &= \left\| \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u^* + \begin{bmatrix} -\hat{w}(k-1) \\ \hat{w}(k-1) \end{bmatrix} \right\| \\
 &= \left\| \begin{bmatrix} -\Delta u^* \\ \Delta u^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\hat{w}(k-1) \\ \hat{w}(k-1) \end{bmatrix} \right\| \\
 &= \left\| \begin{bmatrix} -\Delta u^* - \hat{w}(k-1) \\ \Delta u^* + \hat{w}(k-1) \end{bmatrix} \right\| \\
 &= ((\Delta u^* + \hat{w}(k-1))^2 + (-\Delta u^* + \hat{w}(k-1))^2)^{\frac{1}{2}} \\
 &= (2(\Delta u^* + \hat{w}(k-1))^2)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

dimana :

$$C_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 6} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

dengan kendala yang dijadikan kedalam bentuk matriks

sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C_1 B \Delta u^* &\leq -C_k \hat{w}(k-1) - E \\ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u^* &\leq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{w}(k-1) - E \\ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u^* &\leq \begin{bmatrix} -\hat{w}(k-1) \\ \hat{w}(k-1) \end{bmatrix} - E \end{aligned}$$

dimana $E = \max(C_k \epsilon)$

$$\begin{aligned} S \Delta u^* &\leq T \\ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u^* &\leq \begin{bmatrix} -\Delta u^{*min} \\ \Delta u^{*max} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dengan memisalkan,

$$S = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad T = \begin{bmatrix} -\Delta u^{*min} \\ \Delta u^{*max} \end{bmatrix}_{2N_p \times 1}$$

solusi optimal dari optimasi kompensasi gangguan adalah Δu^* yang optimum.

4. Menyelesaikan permasalahan optimasi dengan melibatkan inkremen input optimal yang didapatkan dari solusi optimal optimasi kompensasi gangguan yaitu Δu^* menggunakan metode MPC. Fungsi objektif bertujuan untuk mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA dimana sudut haluan kapal (ψ) mempunyai nilai yang mendekati sudut haluan kapal yang diinginkan (ψ_d) dan error nilai sudut kemudi (*rudder*) sebagai input bernilai sangat kecil sesuai dengan nilai sudut kemudi (*rudder*) yang diinginkan. Fungsi tujuan yang digunakan

dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= \sum_{i=1}^{N_p} \| r(k+i|k) - y(k+i|k) \|_{Q(i)}^2 \\
 &\quad + \sum_{i=0}^{N_c-1} \| u(k+i|k) \|_{R(i)}^2
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

dengan:

$$\begin{aligned}
 x(k|k) &= x(k) \\
 x(k+i+1|k) &= Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k), \\
 &\quad i = 1, \dots, N_p - 1 \\
 C_k x(k+i+1|k) &\leq D, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1 \\
 Su(k|k) &\leq T - S\Delta u^* \\
 Su(k+i|k) &\leq T, \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1
 \end{aligned}$$

dimana, Q dan R adalah matriks berat yang digunakan untuk membentuk respon dan matriks ini didefinisikan sebagai matriks definit positif bentuk kuadrat. r adalah sudut haluan kapal yang diinginkan (ψ_d) dan y adalah sudut haluan kapal yang sebenarnya pada sistem kapal (ψ). Karena telah diasumsikan sebelumnya bahwa $N_c = N_p$ maka:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= \sum_{i=1}^{N_p} \| r(k+i|k) - y(k+i|k) \|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \| u(k+i|k) \|_{R(i)}^2 \\
 J_2 &= \sum_{i=1}^{N_p} \| r(k+i|k) - y(k+i|k) \|_{Q(i)}^2 + \| u(k+i-1|k) \|_{R(i)}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
= & \|r(k+1|k) - y(k+1|k)\|_{Q_{(1)}}^2 + \|r(k+2|k) - y(k+2|k)\|_{Q_{(2)}}^2 \\
& + \|r(k+3|k) - y(k+3|k)\|_{Q_{(3)}}^2 + \dots + \|r(k+N_p|k) \\
& - y(k+N_p|k)\|_{Q_{(N_p)}}^2 + \|u(k|k)\|_{R_{(0)}}^2 + \|u(k+1|k)\|_{R_{(1)}}^2 + \\
& \|u(k+2|k)\|_{R_{(2)}}^2 + \dots + \|u(k+N_p-1|k)\|_{R_{(N_p-1)}}^2
\end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned}
\|r(k+i|k) - y(k+i|k)\|_{Q_{(i)}}^2 &= (r(k+i|k) - y(k+i|k))^T \\
&\quad Q_{(i)}(r(k+i|k) - y(k+i|k)) \\
&= (r(k+i|k))^T Q_{(i)} r(k+i|k) \\
&\quad - 2(y(k+i|k))^T Q_{(i)} r(k+i|k) \\
&\quad + (y(k+i|k))^T Q_{(i)} y(k+i|k)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (4.8) kedalam Persamaan fungsi objektif (4.7) diperoleh:

$$\begin{aligned}
J_2 &= [r(k+i|k) - y(k+i|k)]^T Q_{(i)} [r(k+i|k) - y(k+i|k)] + \\
&\quad [u(k+i|k)]^T R_{(i)} [u(k+i|k)] \\
J_2 &= [R_d - Y]^T Q [R_d - Y] + [U]^T R [U] \\
&= [R_d - [Fx(k|k) + \Phi U]]^T Q [R_d - [Fx(k|k) + \Phi U]] \\
&\quad + [U]^T R [U] \\
&= [R_d - Fx(k|k)]^T Q [R_d - Fx(k|k)] + [R_d - Fx(k|k)]^T Q \\
&\quad [-\Phi U] + [-\Phi U]^T Q [R_d - Fx(k|k)] + [U]^T ([-\Phi U]^T Q [-\Phi U] \\
&\quad + R) [U]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_d &= \begin{bmatrix} r(k+1|k) \\ r(k+2|k) \\ r(k+3|k) \\ \vdots \\ r(k+N_p|k) \end{bmatrix}_{N_p \times 1} \\
Q &= \begin{bmatrix} Q(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q(2) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q(3) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Q(N_p) \end{bmatrix}_{N_p \times N_p} \\
R &= \begin{bmatrix} R(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & R(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & R(N_p - 1) \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}
\end{aligned}$$

fungsi tujuan J_2 dituliskan dalam bentuk *quadratic programming* dengan $Q(1) = Q(2) = \dots = Q(N_p) = 50$ dan $R(1) = R(2) = \dots = R(N_p - 1) = 1$. Kemudian dituliskan fungsi kendala yang digunakan untuk mengoptimalkan fungsi tujuan diatas.

Formulasi fungsi kendala

Dalam penulisan tugas akhir ini digunakan 3 kendala yaitu: kendala input, kendala inkremen input, dan kendala state. Berikut adalah penjelasan perhitungan pada kendala batas:

(a) Formulasi Kendala Inkremen Input

$$\Delta u^{min} \leq \Delta u \leq \Delta u^{max}$$

$$\Delta u^{min} \leq u(k|k) - u(k-1|k) \leq \Delta u^{max}$$

Pertidaksamaan diatas dapat diekspresikan menjadi 2 bentuk yaitu:

$$\begin{aligned} -(u(k|k) - u(k-1|k)) &\leq \Delta u^{min} \\ (u(k|k) - u(k-1|k)) &\leq \Delta u^{max} \end{aligned}$$

untuk kendala inkremen input ($\Delta u(k+i|k)$) dimana $i = 1, 2, 3, \dots, N_p$ dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -u(k|k) + u(k-1|k) &\leq \Delta u^{min} \\ u(k|k) - u(k-1|k) &\leq \Delta u^{max} \\ u(k|k) - u(k+1|k) &\leq \Delta u^{min} \\ u(k+1|k) - u(k|k) &\leq \Delta u^{max} \\ &\vdots \\ u(k+N_p-2|k) - u(k+N_p-1|k) &\leq \Delta u^{min} \\ u(k+N_p-1|k) - u(k+N_p-2|k) &\leq \Delta u^{max} \end{aligned} \tag{4.9}$$

Pertidaksamaan (4.9) jika dituliskan kedalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1|k) \\ u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} \leq$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u^{min} \\ \Delta u^{max} \\ \Delta u^{min} \\ \Delta u^{max} \\ \vdots \\ \Delta u^{max} \end{bmatrix}$$

dengan memisalkan:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \Delta u^{min} - u(k-1|k) \\ \Delta u^{max} + u(k-1|k) \\ \Delta u^{min} \\ \Delta u^{max} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta u^{min} \\ \Delta u^{max} \end{bmatrix}_{N_p \times 1}$$

sehingga formulasi kendala inkremen input menjadi:

$$S_1 U \leq T_1$$

dengan nilai untuk kendala batas inkremen input yaitu $-5 \text{ deg} \leq \Delta U \leq 5 \text{ deg}$.

(b) Formulasi Kendala Input

$$U^{min} \leq U \leq U^{max}$$

pertidaksamaan $U^{min} \leq U \leq U^{max}$ dapat diekspresikan menjadi 2 bentuk yaitu:

$$\begin{aligned} -U &\leq U^{min} \\ U &\leq U^{max} \end{aligned}$$

jika dituliskan kedalam bentuk matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} U \leq \begin{bmatrix} U^{min} \\ U^{max} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

berdasarkan Pertidaksamaan (4.10) dapat dituliskan kendala input ($u(k+i|k)$) dimana $i = 1, 2, 3, \dots, N_p$ dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} S & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}$$

dengan memisalkan:

$$S = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} U^{min} \\ U^{max} \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & S \end{bmatrix}_{2N_p \times N_p}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}_{2N_p \times 1}$$

sehingga formulasi kendala input menjadi:

$$S_2 U \leq T_1$$

dengan nilai untuk kendala batas input yaitu $-35 \text{ deg} \leq U \leq 35 \text{ deg}$.

(c) Formulasi Kendala State

$$r^{min} \leq C_k X \leq r^{max}$$

dapat dibentuk menjadi 2 pertidaksamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -C_k X &\leq r^{min} \\ C_k X &\leq r^{max} \end{aligned}$$

jika dituliskan kedalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} -C_k \\ C_k \end{bmatrix} X \leq \begin{bmatrix} r^{min} \\ r^{max} \end{bmatrix}$$

dengan:

$$\widehat{C}_k = \begin{bmatrix} -C_k \\ C_k \end{bmatrix}_{2N_p \times 1} \quad D = \begin{bmatrix} r^{min} \\ r^{max} \end{bmatrix}_{2N_p \times 1}$$

dengan nilai untuk kendala batas state yaitu $-0.0932 \text{ deg} \leq r \leq 0.0932 \text{ deg}$. Apabila X dijabarkan

seperti maka didapatkan bentuk formulasi kendala state sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} -C_k \\ C_k \end{bmatrix} X \leq \begin{bmatrix} r^{min} \\ r^{max} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{C_k A} \\ \widehat{C_k A^2} \\ \widehat{C_k A^3} \\ \vdots \\ \widehat{C_k A^{N_p}} \end{bmatrix} x(k|k) \begin{bmatrix} \widehat{C_k B} & 0 & \dots & 0 \\ \widehat{C_k AB} & \widehat{C_k B} & \dots & 0 \\ \widehat{C_k A^2 B} & \widehat{C_k AB} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \widehat{C_k A^{N_p-1} B} & \widehat{C_k A^{N_p-2} B} & \dots & \widehat{C_k A^{N_p-N_c} B} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} D \\ D \\ D \\ \vdots \\ D \end{bmatrix}$$

dengan memisalkan bahwa:

$$C_1 = \begin{bmatrix} \widehat{C_k A} \\ \widehat{C_k A^2} \\ \widehat{C_k A^3} \\ \vdots \\ \widehat{C_k A^{N_p}} \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \widehat{C_k B} & 0 & \dots & 0 \\ \widehat{C_k AB} & \widehat{C_k B} & \dots & 0 \\ \widehat{C_k A^2 B} & \widehat{C_k AB} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \widehat{C_k A^{N_p-1} B} & \widehat{C_k A^{N_p-2} B} & \dots & \widehat{C_k A^{N_p-N_c} B} \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} D \\ D \\ D \\ \vdots \\ D \end{bmatrix}$$

sehingga formulasi kendala state menjadi:

$$C_{1N_p \times 1} x(k|k) + C_{2N_p \times N_p} U \leq D_{12N_p \times 1}$$

$$C_{2N_p \times N_p} U \leq D_{12N_p \times 1} - C_{1N_p \times 1} x(k|k)$$

(d) Kendala Pertidaksamaan Input pada saat ke- k (2.51)

$$Su(k|k) \leq T - S\Delta u^*$$

Pertidaksamaan diatas jika dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k|k) \leq \begin{bmatrix} U^{min} \\ U^{max} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u^*$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k|k) \leq \begin{bmatrix} U^{min} + \Delta u^* \\ U^{max} - \Delta u^* \end{bmatrix}$$

(e) Formulasi Kendala Persamaan

$$\begin{aligned} x(k+1|k) - Ax(k|k) &= Bu(k|k) \\ x(k+2|k) - A^2x(k|k) &= ABu(k|k) + Bu(k+1|k) \\ x(k+3|k) - A^3x(k|k) &= A^2Bu(k|k) + ABu(k+1|k) \\ &\quad + Bu(k+2|k) \\ &\vdots \\ x(k+N_p|k) - A^{N_p}x(k|k) &= A^{N_p-1}Bu(k|k) + A^{N_p-2}B \\ &\quad u(k+1|k) + \dots + A^{N_p-N_c}B \\ &\quad u(k+N_p-1|k) \end{aligned}$$

persamaan state diatas merupakan formulasi kendala persamaan yang akan dituliskan menjadi suatu bentuk matrik yaitu:

$$\begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ x(k+3|k) \\ \vdots \\ x(k+N_p|k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^{N_p} \end{bmatrix} x(k|k) = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots \\ AB & B & \dots \\ A^2B & AB & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots \\ A^{N_p-1}B & A^{N_p-2}B & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & 0 \\ \dots & 0 \\ \dots & 0 \\ \dots & \vdots \\ \dots & A^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k) \end{bmatrix}$$

dari bentuk matriks, dituliskan menjadi bentuk persamaan yaitu sebagai berikut:

$$X - C_3x(k|k) = C_4U$$

dengan memisalkan:

$$X = \begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ x(k+3|k) \\ \vdots \\ x(k+N_p|k) \end{bmatrix}_{N_p \times 1}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^{N_p} \end{bmatrix}_{N_p \times 1}$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ A^2B & AB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A^{N_p-1}B & A^{N_p-2}B & \dots & A^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}$$

Sehingga dituliskan secara keseluruhan untuk fungsi tujuan dan kendala batas yang telah diformulasikan sebelumnya yaitu:

$$J_2 = [R_d - [Fx(k|k) + \Phi U]]^T Q [R_d - [Fx(k|k) + \Phi U]] + [U]^T R [U]$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S \\ S \end{bmatrix} u(k|k) &\leq \begin{bmatrix} T_1 + u(k-1|k) \\ T - S\Delta u^* \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} S_2 \\ C_2 \end{bmatrix} U &\leq \begin{bmatrix} T_1 \\ D_1 - C_1 x(k|k) \end{bmatrix} \\ C_4 U &= X - C_3 x(k|k) \end{aligned}$$

diperoleh penyelesaian state dan input yang optimal yaitu:

$$[u^*(k|k), u^*(k+1|k), u^*(k+2|k), \dots, u^*(k+N_p-1|k)]$$

$$[x^*(k+1|k), x^*(k+2|k), \dots, x^*(k+N_p|k)]$$

5. Menerapkan kontrol optimal berikut kedalam sistem $x(k+1|k) = Ax(k|k) + Bu(k|k) + w(k)$:

$$u(k) = u^*(k|k) + \Delta u^*$$

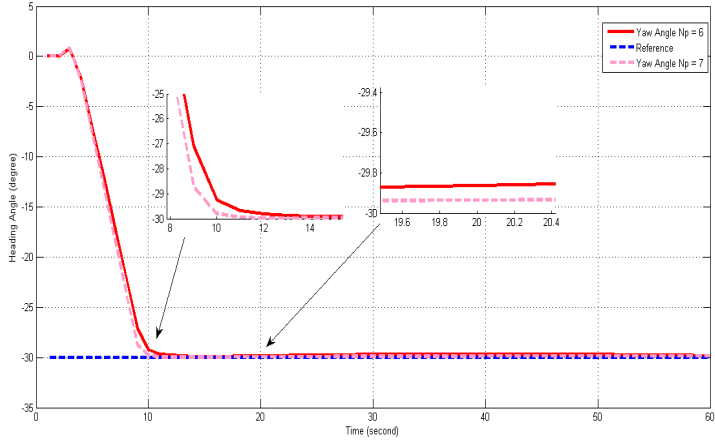
4.6 Simulasi dan Analisis Penerapan Metode DC-MPC dalam Mendesain Kendali Haluan Kapal

Setelah mendapatkan model kapal Korvet kelas SIGMA dengan 4 DOF dan model kinematika dalam bentuk linier diskrit pada Sub-bab 4.1-4.4 beserta gangguannya berupa gelombang permukaan air laut orde 1 yang telah dijelaskan pada Sub-bab 2.4, selanjutnya dilakukan simulasi penerapan metode DC-MPC dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA dengan nilai awal untuk $x_1(1) = 0$ m/s, $x_2(1) = 0$ m/s, $x_3(1) = 0$ rad/s, $x_4(1) = 0$ rad/s, $x_5(1) = 0$ rad/s, dan $x_6(1)$ menyesuaikan dengan 4 skenario yang telah ditentukan, yaitu 0, 0, 30, -30 dalam satuan *degree*. Dalam tugas akhir ini, simulasi dilakukan dengan mengambil nilai N_p yang terbaik yaitu 6 dan 7. Tujuan dari penggunaan metode DC-MPC ini adalah untuk mengendalikan gerakan kapal agar tidak menjauhi referensi saat terkena gelombang, meredam gangguan yang mengenai sistem kapal dimana kecepatan *yaw*, dan sudut *rudder* masih bergerak didalam batasan kendala serta mengendalikan kecepatan sudut *yaw* agar tetap menuju referensi yang telah diberikan walaupun dalam kondisi terkena gangguan gelombang. Dalam kasus referensi sudut yang dijalankan oleh kapal dengan melihat pergerakan dari kecepatan sudut *yaw* dibagi menjadi 4 referensi sesuai dengan 4 skenario yaitu menuju -30, 30, 0, 30 dalam satuan *degree*, sehingga dapat dianalisis penerapan metode DC-MPC terhadap 2 nilai N_p yang berbeda dan inisial kondisi awal untuk kecepatan sudut yaw dengan referensi yang telah ditentukan selama 60 detik dengan *time sampling* sama dengan 1. Selain itu nilai awal untuk sudut kemudi (*rudder*) adalah $u(1) = 0$.

4.6.1 Skenario 1

Pada skenario 1 diasumsikan nilai awal untuk sudut yaw adalah 0° dan nilai sudut yaw yang diinginkan adalah

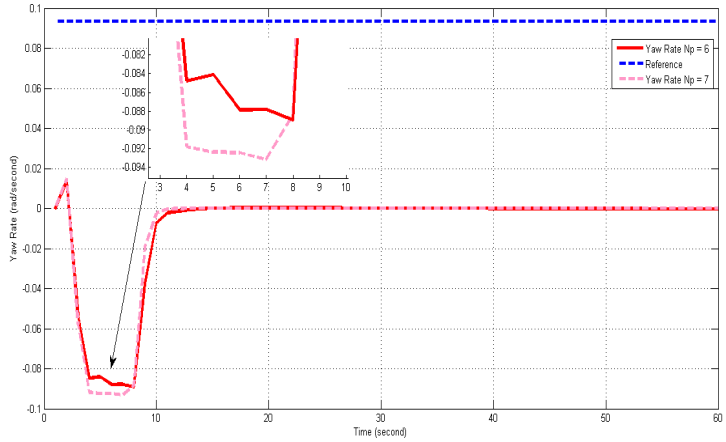
-30° . Simulasi dilakukan dalam waktu 60 detik dan *time sampling* bernilai 1.



Gambar 4.1: Sudut *Yaw* Skenario 1

Hasil simulasi pada Gambar 4.1 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bergerak dari 0° mendekati sudut *yaw* (referensi) yaitu -30° pada iterasi ke-13, namun mengalami *overshoot* kearah kiri terlebih dahulu sebesar 0.784192692° untuk $N_p = 6$ dan 0.850822665° untuk $N_p = 7$ pada iterasi ke-3. Pada keadaan $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ sudut *yaw* bergerak stabil pada persekitaran -29° , untuk $N_p = 6$ DC-MPC memiliki lebih banyak osilasi pada sudut *yaw* dari pada $N_p = 7$ serta pada kondisi $N_p = 7$ sudut *yaw* lebih cepat bergerak menuju referensi dari pada $N_p = 6$. Antara $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ tidak mengalami selisih perubahan yang signifikan dan ketika $N_p = 6$ memiliki osilasi yang banyak lebih dari $N_p = 7$, sudut *yaw* keduanya pada iterasi ke-60 bergerak mendekati sudut *yaw*

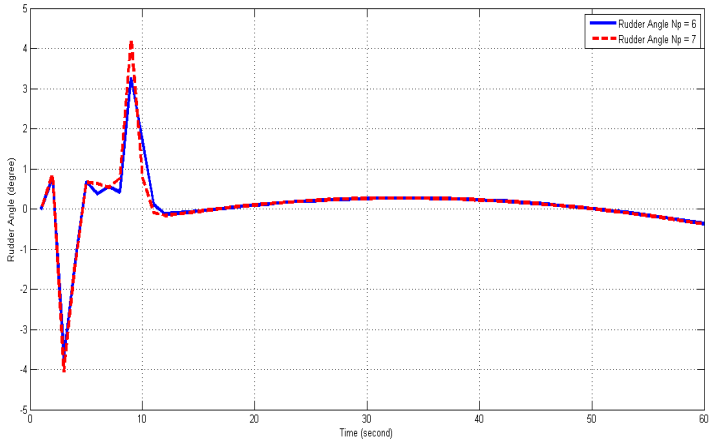
yang diinginkan yaitu persekitaran -29.8° .



Gambar 4.2: Kecepatan *Yaw* Skenario 1

Hasil simulasi pada Gambar 4.2 menunjukkan bahwa pada saat iterasi 1 kecepatan *yaw* bernilai 0 rad/s kemudian berubah menjadi 0.013686744 rad/s untuk $N_p = 6$ dan 0.014849657 rad/s untuk $N_p = 7$ hal ini dikarenakan kapal bergerak kearah kiri dan mengalami *overshoot* pada sudut *yaw* saat iterasi ke-2. Kecepatan *yaw* mengalami penurunan secara teratur pada saat iterasi ke-3 hingga ke-8 untuk $N_p = 6$ dan ke-3 hingga ke-7 untuk $N_p = 7$ mendekati 0.095 rad/s bernilai negatif karena kapal bergerak ke arah kanan searah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-8 kecepatan *yaw* bergerak menuju 0 rad/s hampir berhenti selanjutnya kapal berjalan dengan kecepatan *yaw* yang konstan diantara persekitaran 0 rad/s pada saat iterasi ke-14 hingga iterasi

ke-60, untuk $N_p = 6$ masih terdapat osilasi kecepatan *yaw* yang masih dipersekitaran 0 rad/s sedangkan untuk $N_p = 7$ terjadinya osilasi kecepatan *yaw* kecil cenderung konstan. Terlihat bahwa kecepatan *yaw* untuk kedua N_p tersebut masih berada dalam batas kendala dan menuju keadaan yang stabil dimana kecepatan *yaw* mendekati 0 rad/s.



Gambar 4.3: Sudut *Rudder* Skenario 1

Hasil simulasi pada Gambar 4.3 menunjukkan bahwa besar sudut *rudder* bersesuaian dengan kecepatan *yaw* dimana sudut *rudder* bergerak dari 0 deg menuju 0.784192692 deg untuk $N_p = 6$ dan 0.850822665 deg untuk $N_p = 7$ dimana mengalami *overshoot*. Setelah itu pada saat iterasi ke-3 sudut *rudder* bergerak mendekati sudut 5 deg untuk kedua N_p dan bernilai negatif karena kapal bergerak kearah kanan searah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-5 hingga iterasi ke-12 untuk kedua N_p mengalami osilasi mana untuk

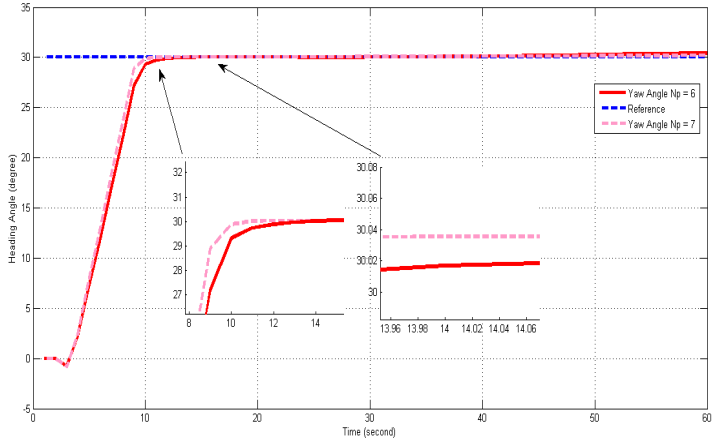
$N_p = 6$ osilasi sudut *rudder* bergerak dari nilai sudut yang positif dimana kapal bergerak kearah kiri ke nilai sudut yang negatif dimana kapal bergerak kearah kanan, sedangkan untuk $N_p = 7$ kapal mengalami osilasi yang tidak terlalu besar dan sudut *rudder* konstan berada pada nilai negatif dan pada akhirnya dikembalikan ke posisi sudut *rudder* semula yaitu bernilai negatif untuk kedua N_p . Kemudian pada iterasi ke-13 sudut *rudder* bergerak menuju persekitaran 0 deg dan stabil pergerakannya saat iterasi ke-31 hingga iterasi ke-60 walaupun mengalami osilasi yang tidak terlalu besar, dimana kapal masih dapat mempertahankan pergerakannya referensi yang diinginkan saat terkena gelombang. Pergerakan sudut *rudder* masih terdapat didalam kendala batas.

4.6.2 Skenario 2

Pada skenario 2 diasumsikan nilai awal untuk sudut yaw adalah 0° dan nilai sudut yaw yang diinginkan adalah 30° . Simulasi dilakukan dalam waktu 60 detik dan *time sampling* bernilai 1.

Hasil simulasi pada Gambar 4.4 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bergerak dari 0° mendekati sudut *yaw* (referensi) yaitu 30° pada iterasi ke-14 untuk $N_p = 6$ dan iterasi ke-11 untuk $N_p = 7$, namun mengalami *overshoot* kearah kanan terlebih dahulu sebesar -0.783505143° untuk $N_p = 6$ dan -0.850135116° untuk $N_p = 7$ pada iterasi ke-3. Pada keadaan $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ sudut *yaw* bergerak stabil pada persekitaran 30° , untuk $N_p = 6$ DC-MPC memiliki nilai sudut *yaw* yang terus meningkat namun tidak terlalu signifikan hingga iterasi ke-60 berbeda halnya dengan sudut *yaw* pada $N_p = 7$ yang cenderung konstan dan mengalami sedikit peningkatan hingga iterasi ke-10, serta pada kondisi $N_p = 7$ sudut *yaw* lebih cepat bergerak menuju referensi dari pada $N_p = 6$. Antara $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ tidak mengalami selisih perubahan yang signifikan dan ketika $N_p = 6$ memiliki

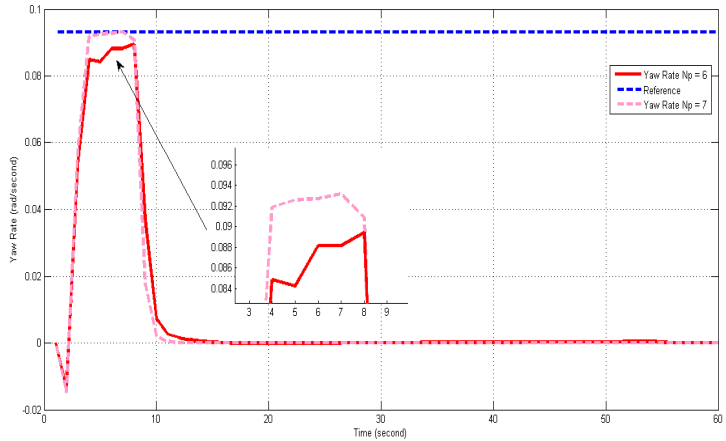
peningkatan nilai sudut *yaw* lebih tinggi dari $N_p = 7$, sudut *yaw* keduanya pada iterasi ke-60 bergerak mendekati sudut *yaw* yang diinginkan yaitu persekitaran 30° .



Gambar 4.4: Sudut *Yaw* Skenario 2

Hasil simulasi pada Gambar 4.5 menunjukkan bahwa pada saat iterasi 1 kecepatan *yaw* bernilai 0 rad/s kemudian berubah menjadi -0.013674744 rad/s untuk $N_p = 6$ dan -0.014837657 rad/s untuk $N_p = 7$ bernilai negatif dikarenakan kapal bergerak ke arah kanan dan mengalami *overshoot* pada sudut *yaw* saat iterasi ke-2. Kecepatan *yaw* mengalami peningkatan secara teratur pada saat iterasi ke-3 hingga ke-8 untuk $N_p = 6$ dan ke-3 hingga ke-7 untuk $N_p = 7$ mendekati 0.095 rad/s bernilai positif karena kapal bergerak ke arah kiri berlawanan dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-8 kecepatan *yaw* bergerak menuju 0 rad/s hampir berhenti selanjutnya kapal berjalan dengan kecepatan *yaw*

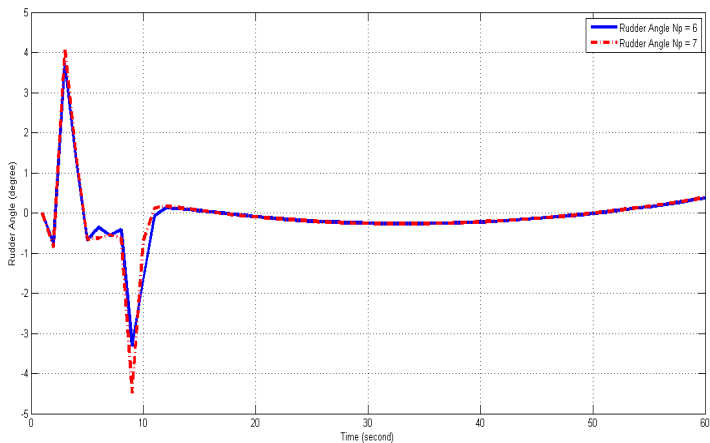
yang konstan diantara persekitaran 0 rad/s pada saat iterasi ke-16 hingga iterasi ke-60, untuk $N_p = 6$ terdapat osilasi kecepatan *yaw* yang masih dipersekitaran 0 rad/s sedangkan untuk $N_p = 7$ terjadinya osilasi kecepatan *yaw* kecil cenderung meningkat konstan. Terlihat bahwa kecepatan *yaw* untuk kedua N_p tersebut masih berada dalam batas kendala dan menuju keadaan yang stabil dimana kecepatan *yaw* mendekati 0 rad/s.



Gambar 4.5: Kecepatan *Yaw* Skenario 2

Hasil simulasi pada Gambar 4.6 menunjukkan bahwa besar sudut *rudder* bersesuaian dengan kecepatan *yaw* dimana sudut *rudder* bergerak dari 0 deg menuju -0.783505143 deg untuk $N_p = 6$ dan -0.850135116 deg untuk $N_p = 7$ dimana mengalami *overshoot*. Setelah itu pada saat iterasi ke-3 sudut *rudder* bergerak mendekati

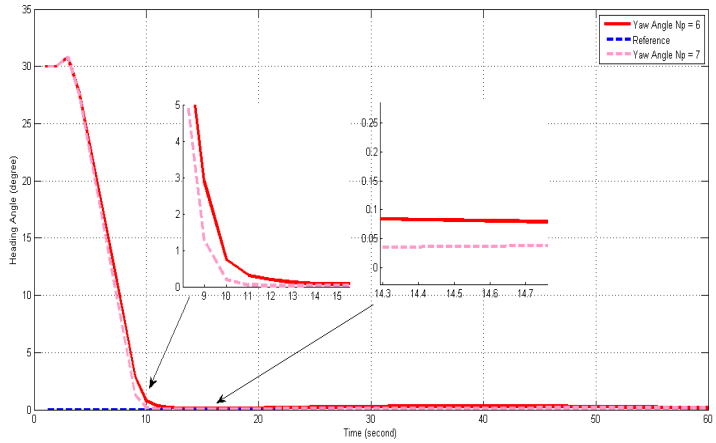
sudut 5 deg untuk kedua N_p dan bernilai positif karena kapal bergerak kearah kiri berlawanan dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-5 hingga iterasi ke-12 untuk kedua N_p mengalami osilasi mana untuk $N_p = 6$ osilasi sudut *rudder* bergerak dari nilai sudut yang negatif dimana kapal bergerak kearah kanan ke nilai sudut yang positif dimana kapal bergerak kearah kiri dan pada akhirnya dikembalikan ke posisi sudut *rudder* semula yitu bernilai positif sama halnya untuk $N_p = 7$. Kemudian pada iterasi ke-13 sudut *rudder* bergerak menuju persekitaran 0 deg dan stabil pergerakannya saat iterasi ke-21 hingga iterasi ke-60 walaupun mengalami osilasi yang tidak terlalu besar, dimana kapal masih dapat mempertahankan pergerakannya referensi yang diinginkan saat terkena gelombang. Pergerakan sudut *rudder* masih terdapat didalam kendala batas.



Gambar 4.6: Sudut *Rudder* Skenario 2

4.6.3 Skenario 3

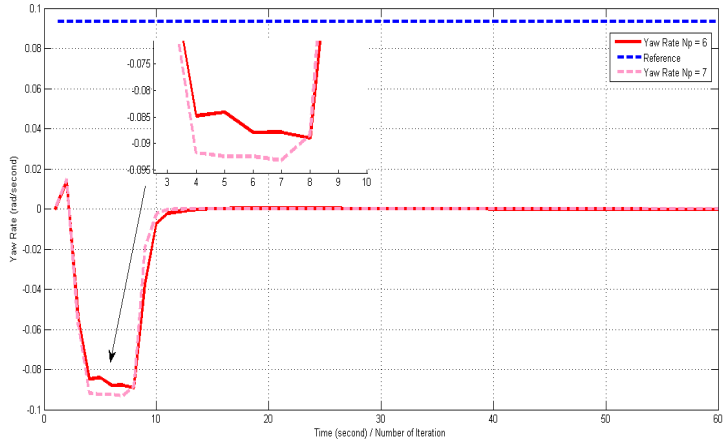
Pada skenario 3 diasumsikan nilai awal untuk sudut yaw adalah 30° dan nilai sudut yaw yang diinginkan adalah 0° . Simulasi dilakukan dalam waktu 60 detik dan *time sampling* bernilai 1.



Gambar 4.7: Sudut *Yaw* Skenario 3

Hasil simulasi pada Gambar 4.7 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bergerak dari 30° mendekati sudut *yaw* (referensi) yaitu 0° pada iterasi ke-13 untuk $N_p = 6$ dan iterasi ke-11 untuk $N_p = 7$, namun mengalami *overshoot* kearah kiri terlebih dahulu sebesar 30.78419269° untuk $N_p = 6$ dan 30.85082267° untuk $N_p = 7$ pada iterasi ke-3. Pada keadaan $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ sudut *yaw* bergerak stabil pada persekitaran 0° , untuk $N_p = 6$ DC-MPC mengalami osilasi sudut *yaw* pada iterasi ke-14 hingga 17 kemudian pada iterasi ke-18 nilai sudut *yaw* bergerak stabil mengikuti sudut *yaw*

yang diinginkan, pada $N_p = 7$ DC-MPC mengalami osilasi dimana sudut *yaw* meningkat hingga iterasi ke-60, namun peningkatan yang dialami tidak terlalu besar yaitu masih berada pada persekitaran 0° , serta pada kondisi $N_p = 6$ sudut *yaw* lebih stabil bergerak menuju referensi dari pada $N_p = 7$. Antara $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ tidak mengalami selisih perubahan yang signifikan dan ketika $N_p = 7$ memiliki peningkatan nilai sudut *yaw* lebih tinggi dari $N_p = 6$, sudut *yaw* keduanya pada iterasi ke-60 bergerak mendekati sudut *yaw* yang diinginkan yaitu persekitaran 0° .



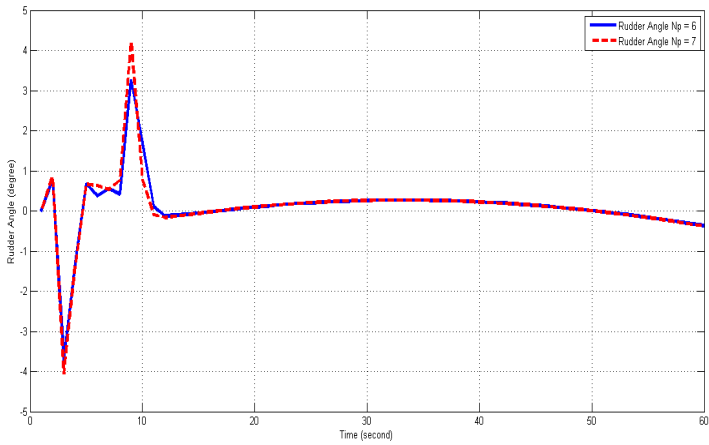
Gambar 4.8: Kecepatan *Yaw* Skenario 3

Hasil simulasi pada Gambar 4.8 menunjukkan bahwa pada saat iterasi 1 kecepatan *yaw* bernilai 0 rad/s kemudian berubah menjadi 0.013686744 rad/s untuk $N_p = 6$ dan 0.014849657 rad/s untuk $N_p = 7$ bernilai positif dikarenakan kapal bergerak kearah kiri dan mengalami *overshoot* pada

sudut *yaw* saat iterasi ke-2. Kecepatan *yaw* mengalami penurunan secara teratur pada saat iterasi ke-3 hingga ke-8 untuk $N_p = 6$ dan ke-3 hingga ke-7 untuk $N_p = 7$ mendekati 0.095 rad/s bernilai negatif karena kapal bergerak ke arah kanan searah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-8 kecepatan *yaw* bergerak menuju 0 rad/s hampir berhenti selanjutnya kapal berjalan dengan kecepatan *yaw* yang konstan diantara persekitaran 0 rad/s pada saat iterasi ke-15 hingga iterasi ke-60, untuk $N_p = 6$ terdapat osilasi kecepatan *yaw* yang masih dipersekitaran 0 rad/s pada iterasi ke-33 hingga ke-45 yang kemudian bergerak mendekati referensi kembali dengan stabil pada iterasi 45 hingga 60 sedangkan untuk $N_p = 7$ terjadinya osilasi kecepatan *yaw* kecil cenderung menurun konstan mendekati referensi dari iterasi 16 menuju iterasi ke-58, pada iterasi 59 hingga 60 kecepatan *yaw* meningkat sedikit namun masih berada dalam jangkauan 0 rad/s. Terlihat bahwa kecepatan *yaw* untuk kedua N_p tersebut masih berada dalam batas kendala dan menuju keadaan yang stabil dimana kecepatan *yaw* mendekati 0 rad/s.

Hasil simulasi pada Gambar 4.9 menunjukkan bahwa besar sudut *rudder* bersesuaian dengan kecepatan *yaw* dimana sudut *rudder* bergerak dari 0 deg menuju 0.784192692 deg untuk $N_p = 6$ dan 0.850822665 deg untuk $N_p = 7$ dimana mengalami *overshoot*. Setelah itu pada saat iterasi ke-3 sudut *rudder* bergerak mendekati sudut 5 deg untuk kedua N_p dan bernilai negatif karena kapal bergerak ke arah kanan searah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-5 hingga iterasi ke-12 untuk kedua N_p mengalami osilasi mana untuk $N_p = 6$ osilasi sudut *rudder* bergerak dari nilai sudut yang positif dimana kapal bergerak ke arah kiri ke nilai sudut yang negatif dimana kapal bergerak ke arah kanan dan pada akhirnya dikembalikan ke posisi sudut *rudder* semula yaitu

negatif sama halnya untuk $N_p = 7$. Kemudian pada iterasi ke-13 sudut *rudder* bergerak menuju persekitaran 0 deg dan stabil pergerakannya saat iterasi ke-30 hingga iterasi ke-60 walaupun mengalami osilasi yang tidak terlalu besar, dimana kapal masih dapat mempertahankan pergerakannya referensi yang diinginkan saat terkena gelombang. Pergerakan sudut *rudder* masih terdapat didalam kendala batas.



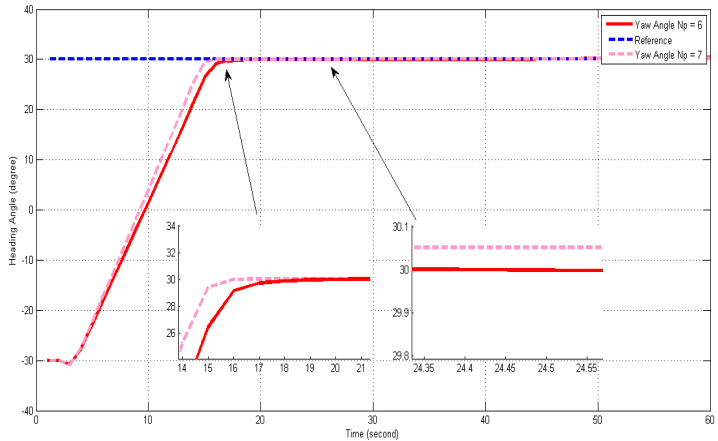
Gambar 4.9: Sudut *Rudder* Skenario 3

4.6.4 Skenario 4

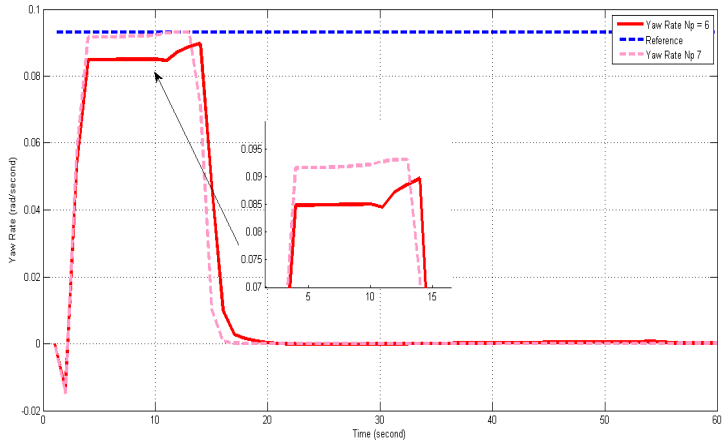
Pada skenario 4 diasumsikan nilai awal untuk sudut yaw adalah -30° dan nilai sudut yaw yang diinginkan adalah 30° . Simulasi dilakukan dalam waktu 60 detik dan *time sampling* bernilai 1.

Hasil simulasi pada Gambar 4.10 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bergerak dari -30° mendekati sudut *yaw* (referensi) yaitu 30° pada iterasi ke-19 untuk $N_p = 6$ dan

iterasi ke-16 untuk $N_p = 7$, namun mengalami *overshoot* kearah kanan terlebih dahulu sebesar -30.78350514° untuk $N_p = 6$ dan -30.85013512° untuk $N_p = 7$ pada iterasi ke-3. Pada keadaan $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ sudut *yaw* bergerak stabil pada persekitaran 30° , untuk $N_p = 6$ DC-MPC mengalami osilasi sudut *yaw* pada iterasi ke-30 hingga 36 kemudian pada iterasi ke-37 nilai sudut *yaw* bergerak stabil mengikuti sudut *yaw* yang diinginkan, pada $N_p = 7$ DC-MPC mengalami osilasi dimana sudut *yaw* meningkat hingga iterasi ke-60, namun peningkatan yang dialami tidak terlalu besar, serta pada kondisi $N_p = 7$ sudut *yaw* lebih stabil bergerak menuju referensi dari pada $N_p = 6$. Antara $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ tidak mengalami selisih perubahan yang signifikan dan ketika $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ saling berosilasi disekitar referensi, sudut *yaw* keduanya pada iterasi ke-60 bergerak mendekati sudut *yaw* yang diinginkan yaitu persekitaran 30° .



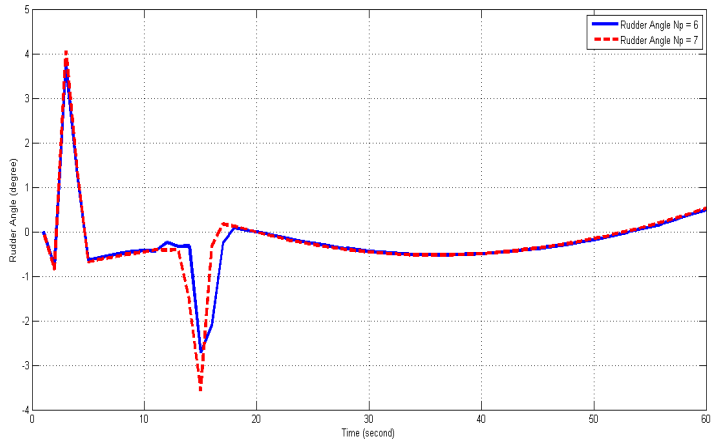
Gambar 4.10: Sudut *Yaw* Skenario 4



Gambar 4.11: Kecepatan *Yaw* Skenario 4

Hasil simulasi pada Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pada saat iterasi 1 kecepatan *yaw* bernilai 0 rad/s kemudian berubah menjadi -0.013674744 rad/s untuk $N_p = 6$ dan -0.014837657 rad/s untuk $N_p = 7$ bernilai negatif dikarenakan kapal bergerak ke arah kanan dan mengalami *overshoot* pada sudut *yaw* saat iterasi ke-2. Kecepatan *yaw* mengalami kenaikan secara teratur pada saat iterasi ke-3 hingga ke-14 untuk $N_p = 6$ dan ke-3 hingga ke-13 untuk $N_p = 7$ mendekati 0.095 rad/s bernilai positif karena kapal bergerak ke arah kiri berlawanan arah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-13 untuk $N_p = 7$ dan ke-14 untuk $N_p = 6$ kecepatan *yaw* bergerak menuju 0 rad/s hampir berhenti selanjutnya kapal berjalan dengan kecepatan *yaw* yang konstan diantara persekitaran 0 rad/s pada saat iterasi ke-20 hingga iterasi ke-60, untuk $N_p = 6$ terdapat osilasi kecepatan *yaw* yang masih dipersekitaran 0 rad/s pada iterasi ke-22 hingga ke-35

yang kemudian bergerak mendekati referensi kembali dengan stabil pada iterasi 36 hingga 60 sedangkan untuk $N_p = 7$ terjadinya osilasi kecepatan *yaw* kecil cenderung meningkat konstan mendekati referensi dari iterasi 14 menuju iterasi ke-60 namun masih berada dalam jangkauan 0 rad/s. Terlihat bahwa kecepatan *yaw* untuk kedua N_p tersebut masih berada dalam batas kendala dan menuju keadaan yang stabil dimana kecepatan *yaw* mendekati 0 rad/s.



Gambar 4.12: Sudut *Rudder* Skenario 4

Hasil simulasi pada Gambar 4.12 menunjukkan bahwa besar sudut *rudder* bersesuaian dengan kecepatan *yaw* dimana sudut *rudder* bergerak dari 0 deg menuju -0.783505143 deg untuk $N_p = 6$ dan -0.850135116 deg untuk $N_p = 7$ dimana mengalami *overshoot*. Setelah itu pada saat iterasi ke-3 sudut *rudder* bergerak mendekati

sudut 5 deg untuk kedua N_p dan bernilai positif karena kapal bergerak kearah kiri berlawanan arah dengan jarum jam. Pada saat iterasi ke-5 hingga iterasi ke-18 untuk kedua N_p mengalami osilasi mana untuk $N_p = 6$ osilasi sudut *rudder* bergerak dari nilai sudut yang negatif dimana kapal bergerak kearah kanan ke nilai sudut yang positif dimana kapal bergerak kearah kiri dan pada akhirnya dikembalikan ke posisi sudut *rudder* semula yaitu positif sama halnya untuk $N_p = 7$. Kemudian pada iterasi ke-18 sudut *rudder* bergerak menuju persekitaran 0 deg dan stabil pergerakannya saat iterasi ke-32 hingga iterasi ke-60 walaupun mengalami osilasi yang tidak terlalu besar, dimana kapal masih dapat mempertahankan pergerakannya referensi yang diinginkan saat terkena gelombang. Pergerakan sudut *rudder* masih terdapat didalam kendala batas.

Selanjutnya untuk memperoleh nilai error antara referensi dengan nilai sudut *yaw* yang diinginkan pada performansi optimasi digunakan rumus RMSE yang dihitung pada tiap simulasi dari 4 skenario yang telah ditentukan dengan N_p terbaik. Berikut adalah rumus dari RMSE:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{TotalTime} \sum_{i=1}^{TotalTime} (r(k+i) - y(k+i))^2}$$

dimana:

$r(k+i)$: sudut *yaw* yang diinginkan (reference)

$y(k+i)$: sudut keluaran dari *yaw* (*output* pada sistem)

Berikut adalah nilai RMSE dari 12 simulasi pada 4 skenario dengan perbandingan N_p yaitu $N_p = 6$ dan $N_p = 7$:

Tabel 4.2: Nilai RMSE

Skenario	N_p	RMSE
1	6	0.0184593790680041
	7	0.0205577798129417
2	6	0.0527486275791077
	7	0.0268044417853425
3	6	0.0184593850019809
	7	0.0205577807034265
4	6	0.0540191483719277
	7	0.0282687967485466

BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari tugas akhir ini adalah:

1. Dalam mendesain kendali haluan kapal Korvet kelas SIGMA dengan adanya gangguan berupa gelombang permukaan air laut metode DC-MPC dapat digunakan untuk mendesain kendali haluan kapal, hal ini dapat dilihat dari simulasi untuk kendali sudut *yaw* berjalan mendekati sudut *yaw* yang diinginkan (referensi sudut). Selain itu DC-MPC mampu mengendalikan gangguan pada sistem kapal dimana pergerakan sudut *rudder* dan kecepatan *yaw* bergerak tidak melebihi batasan yang telah ditentukan.
2. Hasil simulasi dan analisa dari penerapan metode DC-MPC dalam mendesain haluan kapal dapat dilihat dari perbandingan error antara 2 N_p terbaik dan sesuai dengan simulasi yaitu $N_p = 6$ dan $N_p = 7$ dimana $N_p = 7$ memiliki RMSE yang nilainya lebih kecil dan konstan yaitu dipersekitaran 0.02 dibandingkan dengan $N_p = 6$ dalam 4 skenario.

5.2 Saran

Saran yang diberikan penulis untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Pada tugas akhir ini hanya menggunakan 4 derajat kebebasan untuk model matematika kapalnya dan gangguan berupa gelombang permukaan air laut, untuk penelitian selanjutnya dapat ditambahkan derajat kebebasan kapal untuk model matematika kapalnya sehingga dapat menyerupai sistem kapal yang sesungguhnya dan gangguan yang mengenai sistem dapat berupa angin dan yang lainnya.
2. Pada tugas akhir ini kendali *rudder* hanya dikenakan pada kecepatan *yaw*nya saja, sehingga dapat ditambahkan untuk kendali *rudder* gerak kapal yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Herlambang, Teguh. (2017). **Desain Sistem Kendali Gerak Surge, Sway Dan Yaw Pada Autonomous Underwater Vehicle Dengan Metode Sliding Mode Control (SMC)**. LIMITS Journal of Mathematics and Its Applications 14(1), 53-60.
- [2] Humas. (2017). **Potensi Indonesia Sebagai Negara Maritim**. www.perumperindo.co.id.
- [3] Redaksi. (2017). **Kecelakaan Transportasi Laut di Indonesia**. www.clapeyronmedia.com.
- [4] Artileri, A. (2011, Juli). **Kapal Perang: Mengenal 4 Korvet Kelas SIGMA TNI AL**. Retrieved from Artileri.org: <http://www.artileri.org/2014/03/4-korvet-kelas-sigma-tni-al.html>.
- [5] Z. Li and J. Sun. (2012) **Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control**, IEEE Trans. Control Systems Tech. 20(1), 257-265.
- [6] Riyanto, Bayu Angga. (2017). **Kendali Sudut Pada Gerak Kapal Untuk Pelacakan Lintasan Dubins Menggunakan Metode Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC)**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [7] Nunes, G. C. (2001). **Design and analysis of multivariable predictive control applied to**

- an oil-water-gas separator: A polynomial approach.** Division of Colleges and Universities, Florida Board of Education.
- [8] Subchan, S., Syaifudin, W. H., dkk. (2014). **Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control.** Far East Journal of Applied Mathematics, 87(3), 245.
 - [9] Cahyaningtyas, Sari. (2014). **Penerapan Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) Pada Kendali Gerak Kapal.** Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
 - [10] SANTOSO, Mochamad Yusuf; SU, Shun-Feng; AISJAH, Aulia Siti. (2013). **Nonlinear rudder roll stabilization using Fuzzy Gain Scheduling-PID controller for naval vessel.** In: Fuzzy Theory and Its Applications (iFUZZY), International Conference on. IEEE. p. 94-99.
 - [11] Fossen, T.I. (1994). **Guidance and Control of Ocean Vehicles**, USA: John Willey and Sons, Inc, pp. 1-292.
 - [12] Yoon, H. K., Son, N. S., dkk. (2007). **Estimation of the roll hydrodynamic moment model of a ship by using the system identification method and the free running model test.** IEEE Journal of Oceanic Engineering, 32(4), 798-806.
 - [13] Akbar, Ridho. (2014). **Pemodelan Kapal Perang Kelas SIGMA Extended Skala 3 Meter Berbasis Eksperimen.** Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- [14] Fossen, T.I. (1994). **Guidance and Control of Ocean Vehicles**, USA: John Willey and Sons, Inc, pp. 1-292.
- [15] Fossen, T.I. (1994). **Guidance and Control of Ocean Vehicles**, USA: John Willey and Sons, Inc, pp. 1-292.
- [16] Cahyaningtyas, Sari. (2014). **Penerapan Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) Pada Kendali Gerak Kapal**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [17] Akhiruddin. **Kestabilan Titik Tetap Model Penularan Penyakit Tidak Fatal**. Jurnal Matematika UNAND Vol.2 No.3. p. 58-65.
- [18] Ogata, K. (1995). **Discrete-Time Control System:Second Edition**. Prentice-Hall, Inc:New Jersey.
- [19] Kusuma, G. I., dkk. (2017). **APLIKASI KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN FILTER PADA PENDETEKSIAN GANGGUAN KONDUKSI PANAS PADA KEPING LOGAM BERBENTUK SILINDER**. LOGIK@, 7(2), 152-165.
- [20] Subiono. (2013). **Sistem Linear**. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Sukolilo, Surabaya, Indonesia.
- [21] Seborg, D. E., Mellichamp, D. A., Edgar, T. F., and Doyle III, F. J. (2010). **Process Dynamics and Control**. John Wiley and Sons.

- [22] Camacho, E. F., and Alba, C. B. (2013). **Model Predictive Control**. Springer Science and Business Media.
- [23] Wang, L. (2009). **Model predictive control system design and implementation using MATLAB**. Springer Science and Business Media.
- [24] Z. Li and J. Sun. (2012). **Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control**, **IEEE Trans. Control Systems Tech.** 20(1), 257-265.
- [25] Subchan, S., Syaifudin, W. H., dkk. (2014). **Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control**. *Far East Journal of Applied Mathematics*, 87(3), 245.
- [26] Z. Li and J. Sun. (2012). **Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control**, **IEEE Trans. Control Systems Tech.** 20(1), 257-265.

Biodata Penulis



Penulis bernama lengkap Giska Ayu Aulia, lahir di Surabaya pada 19 Maret 1996. Anak pertama dari pasangan Sutono dan Sri Nur Widayati, serta memiliki 1 saudara kandung bernama Amalia Rizky Febriyanti. Penulis mengikuti pendidikan dasar dari Taman Kanak-Kanak hingga Sekolah Menengah Atas di Sidoarjo. Setelah Lulus dari SMA Negeri 1 Taman pada tahun 2014 yang lalu penulis melanjutkan pendidikan tingginya di ITS Surabaya dengan mengambil Jurusan Matematika dengan bidang minat Matematika Terapan. Selama mengikuti perkuliahan di ITS, penulis turut aktif dalam beberapa kegiatan kemahasiswaan di Jurusan sebagai Sekretaris Departemen Applied Science Himatika ITS Periode 2016/2017 serta Staff Ibnu Muqhlah 2015/2016 - 2016/2017. Selain berorganisasi, penulis juga menjadi tutor private dan penulis juga aktif diberbagai kepanitiaan seperti ICOMPAQ Departement Matematika ITS pada periode 2015/2016, Olimpiade Matematika ITS (OMITS) 2016 dan OMITS 2017. Penulis juga mengikuti Kerja Praktik di PT Dirgantara Indonesia (IAe) selama satu bulan dan ditempatkan di divisi pusat teknologi PT Dirgantara Indonesia.

Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email giskaenchancer@gmail.com